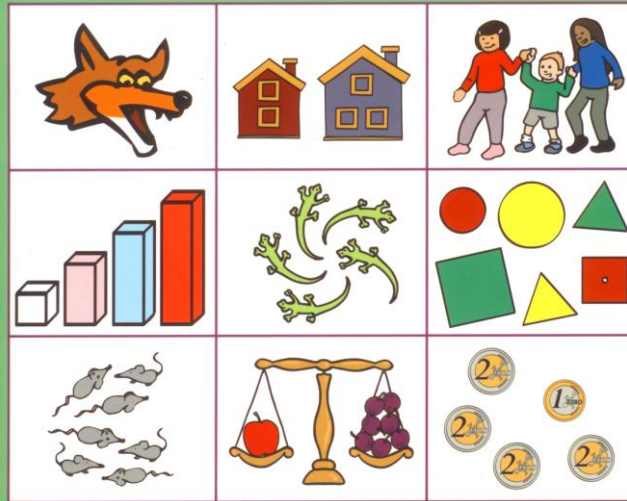


Eszter C. Neményi
Márta Sz. Oravecz
Anni Lampinen

Matematiikkaa 1 a



Varga-Neményi -yhdistys ry

Oppikirja opetussuunnitelman todellistajana

Varga-Neményi -kesäseminaari 2008

Toimittanut Pirjo Tikkanen 2009

Varga-Neményi -yhdistys ry

**OPPIKIRJA
OPETUSSUUNNITELMAN
TODELLISTA JANA
Varga-Neményi -kesäseminaari
2. - 3.6.2008 Lahden Korpikodissa**

Toimittanut Pirjo Tikkanen 2009
Julkaisija Espoo, Varga-Neményi -yhdistys ry
Julkaisun artikkelit ovat läpikäyneet referee-arvioinnin.
Sponsori Hirspek Oy
Painaja Jyväskylän Siirtopaino
ISBN 978-952-67069-4-8 (nid.)
ISBN 978-952-67069-5-5 (PDF)

ESIPUHE

Kesäloman 2008 kruunasimme kokoontumalla kolmanteen valtakunnalliseen Varga-Neményi -kesäseminaariin Lahden Korpikodille. Matematiikan unkarilaisen opetusmenetelmän suomalaissoveltajien sydämellinen tapaaminen säteili lämpöä, vaikka ensimmäiset kesäpäivät olivat vilpoisen raikkaita ja Korpikoti oli talven jälkeen viileä.

Julkaisu 'Oppikirja opetussuunnitelman todellistajana' kokoaa ja taltioi edeltäjänsä tavoin kesäseminaarin esityksiä matematiikan unkarilaisen Varga-Neményi -menetelmän perusopetuksen ensimmäisen luokan oppikirjan suomalaistamisen prosessista, oppikirjan luontevasta yhteydestä opetussuunnitelmaan ja opetusmenetelmän käytännön sovelluksista.

Artikkelit etenevät kesäseminaarin esitysjärjestyksessä. Seminaarin avauksessa Kirsi Puumalainen kirvoittaa kokoontujien kielet bingo-leikillä muistelemaan varhaisinta kokemusta matematiikasta, onnistuneita ja haasteellisia opetustilanteita menneeltä kouluvuodelta. Kodikas sorina täytti hirsisen Korpikodin. Rentouttava kesäloma alkoi.

Yhdistys juhlisti ensimmäisen suomalaisen väitöskirjan valmistumista opetusmenetelmästä ojentamalla kunniamerkin, Loviisa-soljen, Pirjo Tikkaselle. Pirjo yllättyi sanattomaksi. Sittemmin saajan ilo pukeutui sanoiksi: Loviisa-solki kuvastaa suomalaisnaisen sitkeyttä kuten naiset Niskavuori-elokuvissa. Sitkeitä kaikki me olemme olleet yhdistyksen sekä toiminnan että koulutuksen suunnittelussa ja toteutuksessa. Soljen kukat viestivät yhdistyksen jäsenten läheisyydestä, mistä saamme kiittää Annin pirteää sähköpostittamista viikoittain. Soljen kukat symboloivat myös sitä, että olkoon matematiikka kaikkien lasten omaisuutta: Kaikki kukat kukkikoot matematiikassa. Näillä sanoilla Pirjo kiittää!

Väitöskirjaansa perustuvassa avajaisluennossaan Pirjo Tikkanen pohtii matematiikan opetussuunnitelman painotuksia Unkarin opetussuunnitelman rikkaissa kehitysvaiheissa. Hän esittelee Unkarin matematiikan opetus-

suunnitelman 2003 ja peilaa sitä oppilaiden kokemaan opetussuunnitelmaan ja opetusmenetelmään.

Anni Lampisen esitys dokumentoi unkarilaisen Matematika -oppikirjan ja sen opettajan oppaan värikästä suomalaistamisen historiaa käännöksistä kokeilun kautta painetuksi oppikirjaksi. Suomalaistetulla oppikirjalla tulee olemaan merkittävä rooli matematiikan opetuskulttuurissamme. Värikäs suomalaistamishistoria on dokumentoinnin arvoinen. Onhan takana kahdeksan vuoden uurastus!

Minna Salminen ja Tilly Kajetski kertovat, miten Varga-Neményi -opetusmenetelmä soveltuu esiopetukseen. Koska menetelmän tärkeimpänä periaatteena on todellisuuden perustuvien kokemusten hankkiminen, menetelmä toimii erittäin hyvin myös esiopetusikäisten lasten matematiikan oppimisessa.

Saamastaan Loviisa-soljesta Pirjo Tikkanen kiittää yhdistystä artikkelillaan Unkarin matematiikan opetussuunnitelmasta vuodelta 1995, mikä on päivitetty versio esitelmästä la 12.08.2006 ensimmäisessä Varga-Neményi -seminaarissa Hämeenlinnassa.

Julkaisussa on myös päivitetty opetusmenetelmän bibliografia suomenkielellä julkaistuista opinnäytetöistä, oppikirjoista, artikkeleista, sanoma- ja aikakauslehtijutuista Pirjo Tikkasen kokoamana.

Jyväskylässä 1.5.2009

Pirjo Tikkanen

ESIPUHE	3
SISÄLLYS.....	5
Varga-Neményi -kesäseminaarin avaus Lahdessa 2. - 3.6.2008	6
Kirsi Puumalainen	
Unkarin matematiikan opetussuunnitelma 2003	8
Pirjo Tikkanen	
Varga-Neményi -menetelmän suomalaistetut materiaalit	23
Anni Lampinen	
Miten Varga-Neményi -menetelmä sopii esiopetukseen?	33
Minna Salminen ja Tilly Kajetski	
Unkarin matematiikan opetussuunnitelma 1995.....	36
Pirjo Tikkanen	
Bibliografia 2008 Varga-Neményi -opetusmenetelmästä	48
Pirjo Tikkanen	
Kesäseminaarin 2008 ohjelma	55
Referee-arviointi Pirjo Tikkasen toimittamasta käsikirjoituksesta "Oppikirja opetussuunnitelman todellistajana" Varga-Neményi -kesäseminaari 2.-3.6.2008 Lahden Korpikodissa	57

Kirsi Puumalainen

VARGA-NEMÉNYI -KESÄSEMINAARIN AVAUS LAHDESSA 2. - 3.6.2008

Vuoden 2008 Varga-Neményi -seminaari avattiin Bingo-leikillä. Jokainen seminaarilainen sai oman 3 x 3 bingo-ruudukon. Tehtävänä oli etsiä pari, pyytää ruudukkoon hänen nimensä ja kirjoittaa oma nimi pariin löytyneen ruudukkoon. Nimien selvittyä leikin ohjaaja antoi keskusteluaiheen, josta parin kanssa sai "porista" muutaman minuutin ajan. Paria vaihdettiin jokaisen porinatuokion jälkeen. Näin ruudukko täyttyi ja samalla tuli tutustuneeksi yhdeksään seminaarilaiseen ja heidän ajatuksiinsa matematiikkakokemuksia jakaen.

Ensimmäisenä aiheena oli varhaisin matematiikkakokemus, jonka kukin muistaa. Lukuvuoden päätöspäivä oli vietetty edeltävänä lauantaina, joten kuluneen vuoden kokemuksia purettiin seuraavien kysymysten avulla samalla, kun totuteltiin alkavaan lomaan. Aiheina oli erityisen onnistunut opetustilanne; se hankala, mietityttämään jäänyt tilanne; matematiikkapeli, jota oli käyttänyt sekä geometrian opetukseen liittyvä tilanne, joka oli jäänyt mieleen. Seuraavissa kysymyksissä paneuduttiin yhdistyksen toimintaan muistelemalla sitä, miten kukin meistä on tullut mukaan Varga-Neményi -yhdistyksen toimintaan, mitä yhdistyksen työn alla olevilta nettisivuilta tulisi löytyä ja millaisessa roolissa kukin haluaa toimia nyt ja tulevaisuudessa. Myös omia odotuksia alkavalle seminaarille "kielennettiin".

Lopuksi pelattiin bingoa. Onnetar arpoi seminaarilaisten nimiä yhden kerrallaan ja ensimmäisenä kolmen suoran saanut _____ sai palkinnoksi pallotikkarin. Lohdutuspalkinnoksi jokainen sai oman Muumi-tikkarinsa. Tutuiksi tultiin!

Pirjo Tikkasen väitöskirja "Helpompaa ja hauskeempaa kuin luulin" on ensimmäinen suomenkielinen Varga-Neményi -opetusmenetelmää käsittelevä

tieteellinen tutkimus. Kiitokseksi tästä merkittävästä teosta Anni Lampinen luovutti tohtori Pirjo Tikkaselle Kalevala-korun hopeisen Loviisa-soljen Varga-Neményi -yhdistyksen kiitoksena ja näkyvänä kunnianosoituksena.



Kuvio 1. Loviisa-solki

Kuohuviinilaseja kilauttaen tuli kolmas valtakunnallinen seminaari avatuksi.

Pirjo Tikkanen

UNKARIN MATEMATIIKAN OPETUSSUUNNITELMA 2003

Matematiikan opetussuunnitelmat voivat painottua rakenteisiin, ymmärtämiseen, asenteisiin, sisältöihin tai induktiiviseen oppimiseen. Artikkelissa käsitellään Unkarin matematiikan opetussuunnitelman kehitysvaiheita ja vuoden 2003 opetussuunnitelmaa, jota verrataan Suomen matematiikan opetussuunnitelmaan. Niitä peilataan Varga-Neményi -opetus-menetelmään ja unkarilaisten oppilaiden kokemaan opetussuunnitelmaan.

Opetussuunnitelman erilaisia painotuksia

Matematiikan tarkoitettuja opetussuunnitelmia on luokiteltavissa painotusten mukaan kahdella tavalla toisaalta yleisten piirteiden toisaalta sisältöjen mukaan. Yleisiltä piirteiltään opetussuunnitelmat voivat painottua seuraavasti:

1. matematiikan rakenteita painottavat opetussuunnitelmat
2. ymmärtämistä ja keksimistä painottavat opetussuunnitelmat
3. myönteistä asennetta ja emotioita painottavat opetussuunnitelmat
4. neljää peruslaskutoimitusta laajemmat opetussuunnitelmat tai
5. induktiota painottavat opetussuunnitelmat

Matematiikan opetussuunnitelmat ovat sisältöjen mukaan painottuneet 1) joukko-oppiin, 2) aritmetiikkaan, 3) geometriaan, 4) luonnontieteiden (science) ja matematiikan integraatioon, 5) symbolipeleihin tai 6) monipuolisiin sisältöihin. Unkarin matematiikan kokeiluopetussuunnitelman kehittämisessä 1960- ja 1970-luvulla painotettiin myönteistä asennetta ja sisältöjen monipuolistamista neljää peruslaskutoimitusta laajemmaksi.

Muutoksia muutosten perään Unkarissa

Unkarissa matematiikan opetussuunnitelman ja opetuksen uudistus alkoi 1950-luvun lopussa Vargan henkilökohtaisina opetuskokeiluina (Varga 1988, 291; 1969b, 73), jotka saivat virallisen kokeiluaseman vuonna 1962 (Varga 1969a, 81; 1969b, 74–75; Halmos & Varga 1978, 226–227). Uuden matematiikan vaihetta Unkarissa nimitetään mm. kompleksiseksi (monipuoliseksi) matematiikaksi, koska uudistuksen tavoitteena oli monipuolistaa matematiikan opetussuunnitelman sisältöjä ja edistää oppilaiden aiempaa myönteisempiä asenteita matematiikkaan. Opetussuunnitelman rinnalla uudistettiin myös oppimateriaaleja ja matematiikan opetusta. Tässä uudistustyössä sai alkunsa Varga–Neményi -opetusmenetelmä.

Suomessa on vahvistettu virallisesti kansallisia perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden muutoksia maltillisemmin kuin Unkarissa, jossa opetussuunnitelmaa on muutettu useita kertoja, 1963, 1965, 1968, 1973, 1978, 1979, 1986 ja 1995 (Dobos, Ocskó & Vásárhelyi 2001). Vuoden 1973 matematiikan opetussuunnitelmassa palattiin kohti perusteita. Vasta vuonna 1978 vahvistettiin Vargan johtama ja laajasti kokeiltu matematiikan opetussuunnitelma. Ennen vuotta 1978 Unkarin peruskoulussa käytettiin kahta erilaista opetussuunnitelmaa, virallista ja kokeilussa olevaa.

Unkarin opetussuunnitelmakäytäntö on siis ollut kirjavaa, koska opetussuunnitelmaan on tehty muutaman vuoden välein hienosäätöä, muutoksia ja tarkennuksia.

Vuoden 1995 opetussuunnitelman kritiikkiä

Unkarin matematiikan opetussuunnitelman 1995 ensimmäisenä, siis tärkeimpänä, kehittämistehtävänä oli oppia matemaattisia käsitteitä, käyttää ja soveltaa niitä (Räty-Záborszky 2006, 28). Käsitteiden ymmärtämistä painottava vuoden 1995 opetussuunnitelma on herättänyt paljon kritiikkiä. Käsitteiden

ymmärtämisen painottaminen on johtanut siihen, että sanallisia tehtäviä on vähän opetuksessa (Dobos ym. 2001). Unkarilaisten oppilaiden kansainvälisen matematiikkamenestys on heikentynyt (Szalontai 2000; Vári, Tuska & Krolopp 2002). Yleiset kouluasenteet ovat aiempaa negatiivisempia (Hercz 2003).

Vári ym. (2002) ja Hercz (2003) ovat esittäneet, että opetuksen uudistamisessa on painotettava oppimisen taitoja, myönteisten asenteiden kehittämistä ja matematiikan soveltamistaitoja enemmän kuin formaaleja sisältöjä, jotta oppilaiden asenteet ja edellytykset elinikäiseen oppimiseen olisivat aiempaa myönteisemmät.

Unkarin perusopetuksen matematiikan nykyinen opetussuunnitelma 2003 onkin kehittämistehtävien opetussuunnitelma, jossa painotetaan oppilaan kognitiivista ja emotionaalista kehitystä aiempia opetussuunnitelmia voimakkaammin.

Suomen ja Unkarin opetussuunnitelman vertailua

Suomen ja Unkarin opetussuunnitelmissa esitellään matematiikan opetuksen tarkoitus ja tehtävät, jotka ovat Unkarin opetussuunnitelmassa laajemmat ja tarkemmat kuin Suomen. Nemzeti Alaptanterv (NAT 2003, 44), Unkarin kansallisen perusopetuksen opetussuunnitelman tarkoituksena on antaa uskottava, yhtenäinen kokonaiskuva matematiikasta, ei pelkästään valmiina, jäykkänä tietojen järjestelmänä, vaan ainutlaatuisena inhimillisenä kognitiivisena toimintana, älyllisenä käyttäytymisenä.

Opetus rikastuttaa persoonallisuutta, sekä ajattelua että emotioita tarjoamalla soveltamiskelpoisia tietoja. Kehittämällä matemaattista ajattelua se kohentaa yleisesti ajattelun kulttuuria. Opetuksen tehtävänä on tuoda esille matematiikkaa monipuolisena, esimerkiksi kulttuuriperinteenä, ajattelutapana, luovana toimintana, ajattelun riemuna, järjestyksenä ja esteettisyytenä, tieteenä, muiden tieteiden ja kouluaineiden apuna, arkielämän ja eri ammattien välineenä. Matematiikkakuvaa, oppilaan persoonallisuuden kehittämistä ja

yleisen ajattelukulttuurin kohentamista ei Suomen matematiikan opetus-suunnitelmassa mainita.

Molemmissa opetussuunnitelmissa on tarkoituksena edistää oppilaan henkistä kasvua ajattelua kehittämällä. Unkarissa opetuksen tarkoitus on avata matematiikan ja matemaattisen ajattelun maailmaa opettamalla eri aihepiirejä luonteenomaisissa yhteyksissään.

Matemaattisten käsitteiden ja ajattelutavan kypsyminen vaatii opetukselta laajenevaa spiraalirakennetta, joka vastaa lasten ja nuorten sekä ikää että yksilöllistä kehitystä ja kiinnostusta, monimutkaistuvia tietoja ja kehittyvää abstraktiokykyä. Spiraalirakenne antaa tilaa ja aikaa sekä hitaasti edistyville että lahjakkaille oppilaille. Laaja ja yhtenäinen käsitteiden pohjustus spiraalirakenteisesti on myös Varga-Neményi -opetusmenetelmän pedagoginen periaate. Matematiikan opetuksen on Suomessa edettävä systemaattisesti matematiikan rakenteiden mukaisesti, jotta käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle syntyy riittävä perusta.

Unkarissa päämäärien ja tehtävien saavutettavuuteen vaikuttaa ratkaisevasti 1–4-luokkien oppilaiden kehitysvaihe, jota käsitellään opetussuunnitelmassa laajemmin kuin ylempien luokkien, jotta aineenopettajat tuntisivat alempien luokkien opetusta. Jotta päämäärät ja tehtävät saavutettaisiin, oppilaiden kiinnostus, ammattivalinta ja eriyttäminen otetaan huomioon oppimateriaaleja ja opetusmenetelmiä valittaessa.

Suomessa opettajalla on opetusmenetelmällinen vapaus. Suomen opetussuunnitelman perusteissa kuitenkin todetaan, että opetuksessa tulee käyttää oppiaineelle ominaisia ja monipuolisia työtapoja, joilla tuetaan ja ohjataan oppilaan oppimista. Suomalaiset matematiikan oppikirjojen opettajanoppaat ja opetusmenetelmät ohjaavat opettajaa käyttämään monipuolisia työtapoja.

Unkarissa matematiikan tärkeimmät kehittämistehtävät tiivistettynä ovat

- kasvattaa persoonallisuuden kunnioittamiseen

- kehittää puhuttua ja kirjoitettua kommunikaatiokulttuuria sekä argumentteihin perustuvaa väittelytaitoa
- ohjata matematiikan erittäin tärkeän roolin ymmärtämiseen luonnon- ja yhteiskuntatieteissä ja humanistisessa kulttuurissa
- kehittää ilmiöihin sopivien mallien, ajattelutapojen ja menetelmien soveltamistaitoa
- kehittää matemaattisten tietojen soveltamista käytännössä
- kehittää historiankatsomusta
- kehittää matematiikan opiskelutaitoja, ongelmanratkaisua ja luovaa ajattelua
- kehittää täsmällistä, pitkäjänteistä ja kurinalaista työntekoa sekä itsesäätelyä
- harjaannuttaa perustoimintojen automatisoitunutta suorittamista esim. mittausten, geometrinen piirustusten, aritmetiikan ja algebran suorittamista (NAT 2003, 44).

Molemmat opetussuunnitelmat on ositettu vuosiluokittain, Suomessa 1-2, 3-5 ja 6-9, Unkarissa 1-4, 5-6 ja 7-8. Unkarin opetussuunnitelman osiorakennetta selittää se, että oppilaat siirtyvät viidenneltä luokalta aine-opetukseen. Suomessa opetuksen ydintehtävät eritellään vuosiluokkaosioittain, mutta Unkarissa kehittämistehtävät ovat yhtenä kokonaisuutena. Unkarin matematiikan opetuksen ensimmäisenä, siis tärkeimpänä, kehittämistehtävänä on kunnioittaa oppilaan persoonallisuutta, Suomessa luokilla 1-2 ja 3-5 ensimmäinen ydintehtävä on kehittää oppilaan matemaattista ajattelua.

Kehittämisen seitsemän osa-alueetta

Unkarin perusopetuksen opetussuunnitelmassa 2003 matematiikan kehittämistehtävät tarkentuvat seitsemäksi osa-alueeksi, jotka ovat seuraavat: 1) orientoituminen tilassa, ajassa ja maailmaan määrällisissä suhteissa, 2)

kognitiiviset toiminnot, 3) tietojen ja taitojen soveltaminen, 4) ongelmien käsittely ja ratkaisu 5) luominen ja luovuus, 6) tahdonalaisten, emotionaalisten ja itseä kehittävien kykyjen sekä yhteistyöhön liittyvien arvojen kehittäminen ja 7) tietoisuus matematiikan rakentumisen periaatteista (emt. 45–61). Unkarin opetussuunnitelmassa sisältöalueiden otsikot eivät ole matemaattisia, vaan ne kuvaavat oppilaan henkisiä toimintoja kuten mielikuvitusta tai muistia.

Seuraavaksi tarkastelen lähemmin kuutta kehittämistehtävää vuosiluokilla 1–4, seitsemäs kehittämistehtävä on tarkoitettu ylemmille luokille.

1. Orientoituminen tilassa, ajassa ja määrällisissä suhteissa

Suuntaudutaan lähiympäristöön karkeamotorisesti toistamalla liikesarjoja ja kehittämällä liikemuistia. Orientoidutaan myös orientoitumispisteiden mukaan, jolloin opetellaan käsitteet vieressä, alla, yllä, välissä, edessä, takana, vasen ja oikea. Harjoitellaan orientoitumista tasossa esimerkiksi paperilla ja tasoon kuvatussa tilassa sanallisen ohjeen mukaan.

Kehitetään menneen, nykyajan ja tulevan ymmärtämistä tietynä ajankohtana (äskän, tätä ennen, kohta, tämän jälkeen) ja jatkuvasti muuttuvina suhdekäsitteinä (ennen ja jälkeen jotain).

Vertaillaan esineitä, henkilöitä, kuvioita, ilmiöitä ja kokonaisuuksia niiden määrällisten ominaisuuksien (korkeuden, leveyden, pituuden, massan, tilavuuden, vetoisuuden, kappalemäärän) mukaan.

Pohjustetaan arviointia ja lukukäsitettä. Ilmaistaan luvuilla määrällisiä ominaisuuksia ja tulkitaan lukuja todellisuuden määrillä. Käsitellään esimerkiksi mittalukuja, kappalemääriä, luonnollisia lukuja ja likiarvoa.

2. Kognitiiviset toiminnot

2.1 Kokemusten hankkiminen, tiedostaminen, ilmaiseminen, tallentaminen, tulkitseminen ja lukeminen

Kokemuksia hankitaan siirtelemällä hienomotorisesti esineitä, käyttämällä kynää ja paperia sekä havainnoimalla staattisia kohteita. Rekonstruoidaan keholla eri aistein havainnoitu tilanne tai kuva ja kehitetään samalla havainnointitarkkuutta. Vertaillaan esineitä järjestäen ja luokitellen niitä tunnistamalla yhteisiä ja erottavia ominaisuuksia. Harjoitellaan myös ominaisuuksien ilmaisemista negaationa.

Tutkimuksessani unkarilaiset Varga–Neményi -ryhmän oppilaat kertoivatkin kokemuksistaan vastakohtaistaen negaatioiden avulla, josta esimerkkinä Fannín kertomus (Tikkanen 2008):

”En ole mitenkään liian hyvä matikassa mutta en erityisen huonokaan vaan aika hyvä. En pidä matematiikasta mutta en sitä inhoakaan. No, se on tärkeää jotta osaisin laskea. Mielestäni matikan tunti ei ole kiinnostava mutta se on tärkeää ja on tunteja jotka ovat kivoja. Opiskelu ei suju mitenkään liian hyvin mutta on tehtäviä jotka sujuvat hyvin. Mielestäni matikka ei ole vaikeaa mutta ei se helppoakaan ole. Kun illalla pääsen kotiin ja minulla on aikaa istuudun työpöytäni ääreen harjoittelemaan sääntöjä. Matikka ei ole mielestäni viihdyttävää mutta ei se niin tylsääkään ole. Mielestäni tulen taroitsemaan matikkaa myöhemmin elämä on vaikeampaa ilman laskemista.”

Opetellaan sanallisen tehtävän matemaattisen tekstin laatiminen ja sen matematisointi: matemaattisten mallien laatiminen ja tulkinta tilanteeseen sopivasti, esimerkiksi yksinkertaistettu piirros, lukutehtävä, avoin lause, jono, taulukko, yhtälö tai graafeja.

2.2 Jäljittelevä ja luova mielikuviutus

Seurataan kerrottua, luettua tapahtumaa, ilmaistaan se esittämällä, rakennelmilla tai kuvilla. Kuvitellaan tapahtuman jatko ja esitetään se. Kuvitellaan tietty esine tai järjestys eri näkökulmista, esimerkiksi rakennetaan kappale eri näkökulmista, eri projektioista. Laaditaan luonnos ennen rakentamista ja verrataan tulosta luonnokseen. Piirretään geometrisesti eri välineillä ja menetelmillä. Askarrellaan mielikuvituksellisia siirtoja. Ennakoidaan ongelman ratkaisua, muotoillaan se sanallisesti; verrataan ratkaisun jälkeen ennakoitua ja saatua ratkaisua.

2.3 Muisti

Palautetaan mieleen liikkeitä ja muotoja taktillisesti karkea- ja hienomotorisesti. Kehitetään lukujen, yhteyksien ja geometrinen kuvioiden muistamista liikkumalla. Kehitetään kuvamuistia staattisista tilanteista esim. kuvan, tilanteen tai yksityiskohtien muistamista. Kehitetään kuulomuistia muistelemalla suullisesti kerrotuista tarinoista yksityiskohtia ja etenemisjärjestystä. Niistä laaditaan mm. piirroksia, kombinatorisia laskuja ja määritelmiä. Opetellaan määritelmät. Painetaan mieleen väittämiä, sääntöjä, yhteyksiä ja relaatioita. Virallisen opetussuunnitelman periaatteet heijastuvat myös oppilaiden kokemuksissa (Tikkanen 2008):

Istoán: Mielestäni matematiikka on helppoa, jos pystyn keksimään säännön tehtäviin.

Virág: Opiskelemme matematiikkaa hauskesti ja yksinkertaisesti opettajan avustamana keksimällä sääntöjä. Luen ne monesti läpi sitten toistan niitä moneen kertaan mielessäni.

Argumentoidaan, väitellään ja tehdään johtopäätöksiä uusissa tilanteissa. Argumentointi ja väittely välittyi selkeästi unkarilaisten oppilaiden kokemasta opetussuunnitelmasta (Tikkanen 2008).

2.4 Ajattelu

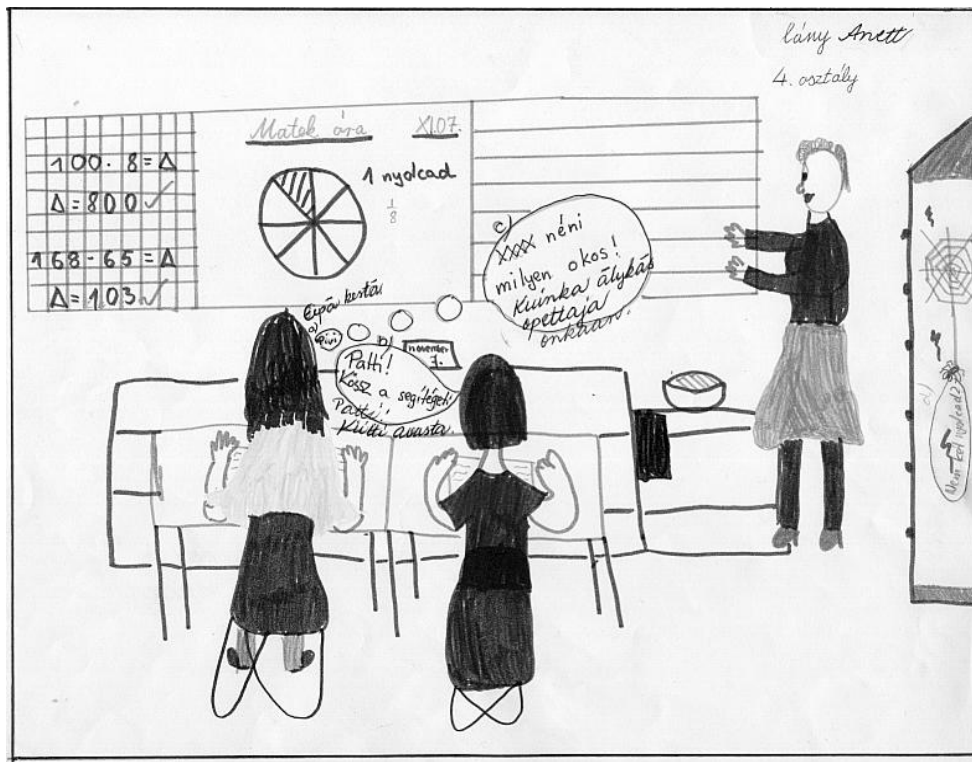
Vertaillaan ja tunnistetaan yhtäläisyyksiä tai erilaisuuksia. Luokitellaan yhden tai useamman kriteerin perusteella. Järjestetään jonoja. Arvioidaan tehtävien tietoja.

Ohjataan oppilasta oivaltamaan ja ymmärtämään: oppilas ymmärtää sisällöltään tutun ohjeen ja ilmaisun; oppilas ymmärtää uudessa tilanteessa annetun ohjeen esimerkin avulla ja ilman sitä; oppilas ymmärtää kysymyksen sisällön esineellisessä tilanteessa ja sanallisessa ongelmassa. Oppilas ymmärtää matemaattisia malleja (lukuja, laskutoimituksia, avoimia lauseita, jonoja, funktioita, taulukoita, piirrettyjä malleja, diagrammeja) ja koodaa niitä toiseen

muotoon. Keksitään yhdessä matemaattiseen malliin sopivia esimerkkejä ja ongelmia.

2.5 Tietojen järjestäminen ja tietokantojen käyttö

Järjestetään käsitteitä keskinäisissä suhteissa ala-, ylä- ja rinnakkaiskäsitteisiin. Tutustutaan tietojen järjestämistä auttaviin välineisiin ja algoritmeihin esimerkiksi puudiagrammiin ja taulukoihin. Käytetään opiskelussa manuaalisia välineitä tarkoituksenmukaisesti kuten värisauvoja, mittanauhaa, loogisia kokoelmia, pelejä ja lukutaulukoita.



Kuvio 1. Kiitti avusta!

Autetaan opettajaa ja kavereita ja pyydetään heiltä apua, mitä edistää hyvä työilmapiiri, kerhot, leirit ja kilpailut. Kavereiden auttaminen ilmeni myös koetussa matematiikan opetussuunnitelmassa (ks. kuvio 1, Tikkanen 2008): Piirroksessaan matematiikan oppitunnista Anette kiittelee vieruskaveriaan Pattia avusta.

3. Tietojen ja taitojen soveltaminen

Sovelletaan välittömästi uusia tietoja, taitoja ja oivalluksia yksinkertaisten ohjeiden noudattamiseen. Käytetään aiempia tietoja, taitoja, oivalluksia niiden omaksumistilanteen kanssa analogisessa tilanteessa esim. yhtälöryhmän ratkaisemisessa opitulla menetelmällä.

Sovelletaan aiempia tietoja uuteen tilanteeseen; tehdään aavistuksia ja tarkastetaan niitä. Koetussa matematiikan opetussuunnitelmassa unkarilaisoppilaat kertoivatkin aavistuksista matematiikassa (Tikkanen 2008):

Zoltán: Matematiikka on viihdyttävää seikkailua, jossa vainutaan aavistuksia.

4. Ongelmien käsittely ja ratkaisu

Tunnistetaan ongelma elämyksellisesti ja kehitetään ongelmaherkkyyttä. Pyritään ymmärtämään tilanteesta ja kertomuksesta luettu ongelma; sovelletaan ymmärrystä tukevia välineitä ja ratkaistaan ongelma matemaattisen mallin avulla. Pyritään erilaisiin ratkaisuihin ja vertaillaan vaihtoehtoisia ratkaisuja.

Erilaisten ratkaisujen opiskelu argumentoitui oppilaiden kokemuksissakin (Tikkanen 2008): *Viktor: Opiskelen yleensä kotona, mutta tunneilla opitaan useita ratkaisuja.*

Verrataan tulosta alkuperäiseen ongelmaan. Analysoidaan tulosta suhteessa ehtoihin, edellytyksiin, arvioituun tulokseen ja todellisuuteen. Muotoillaan vastaus suullisesti, myöhemmin myös kirjallisesti.

5. Luominen ja luovuus

Luodaan objekteja vapaasti, kopioimalla ja annettujen ehtojen mukaisesti. Luodaan kokonaisuuksia ja joukkoja annetun ehdon mukaisesti, luodaan myös

määrittelevä ominaisuus sekä sen negaatio. Ilmaistaan nimityksiä, merkintöjä ja symboleja aluksi tilapäisillä nimityksillä esikäsitteisiin sopivalla arkikielellä.

Kehitetään lukujärjestelmiä ja lukujärjestelmäajattelua lukukäsitteen rakentuessa. Hajotetaan ymmärretty ongelma osa-ongelmiksi ilman mallia tai mallin avulla; järjestetään osa-ongelmat niiden ratkaisun kronologian mukaan; tiedostetaan näin luotu suunnitelma kertomalla, kirjoittamalla ja merkkijonolla (prosessi-suunnittelu).

Virallinen opetussuunnitelma on toteutunut, mistä todisteena ote Károlyn kirjoitelmasta (Tikkanen 2008): *Károly: Teen tehtäväni niin, että luen, ratkaisen tehtävään ja tarkistan sen opettajan ja vieruskaverin kanssa.*

Molemmissa opetussuunnitelmissa pidetään tärkeänä ongelmanratkaisua, joka Suomen opetussuunnitelmassa esitetään matematiikan opetuksen yleisperiaatteissa, mutta ei itsenäisenä sisältöalueena, kuten Unkarin opetussuunnitelmassa.

6. Tahdonalaisten, emotionaalisten ja itseä kehittävien sekä yhteistyöhön liittyvien arvojen kehittäminen

6.1. Kommunikaatio

Kommunikoidaan ennen kielen käyttöä esittämällä, rakentamalla, näyttämällä ja matkimalla. Käsitellään nimityksiä, sopimuksia, merkintöjä niiden ymmärtämiseksi, ensin käytetään arkikieltä esikäsitteiden ilmaisemisessa, sitten yksinkertaisia termejä ja merkitsemistapoja käsitteille; tarkennetaan ilmaisuja, esimerkiksi lukuja ja niiden merkitsemistä, laskutoimitusten merkitsemistä, yhtäläisyyden ja epäyhtäläisyyden merkitsemistä. Tarkennetaan myös mittauksia ja mittayksiköitä.

6.2. Yhteistyö

Työskennellään yhteistyössä pari- ja pienryhmänä sekä koko luokan ryhmänä toisia kuunnellen. Otetaan omaa ja yhteistä vastuuta. Harjaannutaan työn suunnittelemiseen, järjestämiseen ja jakamiseen. Otetaan huomioon yksilöllisiä

taipumuksia ja kykyjä yhteisen tuloksen saavuttamiseksi sekä kunnioitetaan niitä yksilön kehityksen edistämiseksi. Korostetaan suvaitsevaisuutta ja keskinäistä avunantoa. Harjoitellaan keskustelua ja ilmaisutaitoa.

6.3. Motivaatio

Motivaatio edistää maailmaan suuntautumista. Matemaattiset tiedot ja taidot auttavat välittömästi maailman esineiden ja ilmiöiden omaksumista. Ne tarjoavat välineen ja menetelmän eri ominaisuuksien havainnoimiseen, esineiden ja ilmiöiden luonnehtimiseen. Aluksi uteliaisuus on kapeaa, mutta yhä laajenevaa. Se voi olla yksi tärkeä opiskelun motiivi. Opitaan arvostamaan matematiikkaa ja sen saavutuksia ja hyödyllisyyttä muissa tieteissä ja käytännössä. Tamara todistaa unkarilaisoppilaiden puolesta, miten tärkeää matematiikka on (Tikkanen 2008):

Tamara: Matematiikka on yksi tärkeimmistä aineista. Tulen tarvitsemaan sitä enemmän yläasteella, mutta kaikkein eniten tulen tarvitsemaan sitä, jos pääsen lukiossa matematiikkalinjalle.

Houkutelkoot ajatusten ja ajatuskulkujen, kuvioiden ja rakenteiden kiinnostavuus ja kauneus itse kutakin opiskelemaan matematiikkaa kouluaineena. Opitaan käyttämään matematiikan menetelmiä ja välineitä. Matematiikan menetelmillä ja välineillä on hyvässä tapauksessa myönteinen siirtovaikutus ajattelun lukuisille alueille. Matematiikan opiskeluun motivoi omien kykyjen kehittäminen ja sivistys. Elämykset *Minäkin tiedän, Minäkin osaan, Minäkin pystyin ratkaisemaan* ja *Minäkin sen keksin!* ovat kehityksen motiiveja. On eri asia sanoa, minä tiedän, kuin, minäkin tiedän. Jälkimmäinen ilmaus Unkarin matematiikan opetussuunnitelmassa tähdentää muiden osaamisen kunnioitusta, ei omaa paremmuutta suhteessa toisiin. Itsenäistymisen ja riippumattomuuden vaatimus siirtää ulkokohtaiset motiivit taustalle ja tekee ne kokonaan tarpeettomiksi.

On huomattava, että Unkarin opetussuunnitelma painottaa Suomen opetussuunnitelmaa voimakkaammin matematiikan oppimisen affektiivisen

alueen tavoitteita. Suomen opetussuunnitelmassa affektiivisena tavoitteena on oppilaan ilo ongelmien ymmärtämisestä ja ratkaisemisesta.

Unkarin opetussuunnitelma on kehittämissuuntautunut, kun taas Suomen opetussuunnitelma on arviointiorientoitunut. Tämä ero näkyy opetussuunnitelmien esittämistavassa: Suomen opetussuunnitelma etenee tavoitteista sisältöihin päätyen hyvän osaamisen tarkkoihin kuvauksiin. Arviointia Unkarin matematiikan opetussuunnitelmassa ei mainita, vaan Unkarin virallisessa lehdessä, *Magyar Közlöny*ssä (2003/43, 16–28), on annettu täsmälliset matematiikan arviointiohjeet vuosiluokille 1–4 vuosiluokittain ja matematiikan sisältöalueittain.

Unkarin matematiikan opetussuunnitelma, Varga-Neményi -opetusmenetelmä ja oppikirjat muodostavat eheän kokonaisuuden. Niiden tavoitteita ilmeni myös oppilaiden kokemassa matematiikan opetussuunnitelmassa.

LÄHTEET

- Dobos, S., Ocskó, E. & Vásárhelyi, É. 2001. National presentation Hungary. Reference levels in school mathematics education in Europe. European Mathematical Society (EMS). <http://www.emis.de/> Tulostettu 18.09.2002.
- Halmos, M. & Varga, T. 1978. Change in mathematics education since the late 1950's - ideas and realisation Hungary. Educational Studies in Mathematics 9, 225-244.
- Hercz, M. 2003. A nevelési vizsgálat szerepe az iskolaértékelésben (12-13 éves gyermekek gondolkodása iskolájukról). Magyar pedagógia 103 (1), 57-80. Magyar Közlöny 2003/43 (Unkarin virallinen lehti). Budapest: Magyar hivatalos közlönykiado.
- Nemzeti Alaptanterv (Kansallinen perusopetus) 1995. Budapest: Korona Kiadó.
- Nemzeti Alaptanterv (Kansallinen perusopetus) 2003. Budapest: Korona Kiadó.
- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Helsinki: Opetushallitus.
- Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjaan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112.
- Szalontai, T. 2000. Some facts and tendencies in Hungarian mathematics teaching. Int. J. Math. Teach. Learn., No. 02.02.
- Tikkanen, P. 2008. "Helpompaa ja haus Kempaa kuin luulin." Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 337.
- Varga, T. 1969a. Higher mathematics in lower grades. Teoksessa L. Feldman (toim.) Mathematical learning. New approaches to the teaching of young children. New York: Gordon & Breach, 79-85.
- Varga, T. 1969b. Pilot work in Budapest. Teoksessa L. Feldman (toim.) Mathematical learning. New approaches to the teaching of young children. New York: Gordon & Breach, 73-77.

- Varga, T. 1988. Mathematics education in Hungary today. *Educational Studies in Mathematics* 19 (3), 291–298.
- Vári, P., Tuska, Á. & Krolopp, J. 2002. Change of emphasis in the mathematics assessment in Hungary. *Educational Research and Evaluation* 8 (1), 109–127.

Anni Lampinen

Varga-Neményi-menetelmän suomalaistetut materiaalit

Tarvitaanko matematiikan tunneilla oppi- ja harjoituskirjoja? Riittäisikö matematiikan opetuksessa kokemus ja toiminta ja niiden suullinen kielentäminen, keskustelu? Tarvitaanko matematiikan opetuksessa selkeitä rakenteita vai liikutaanko matematiikan maailmassa opettajan ja oppilaiden oman kiinnostuksen mukaan?

Sinikka Rätty-Záborszky pohtii väitöskirjassaan (2006) oppimateriaalin merkitystä opetuksen suunnittelussa ja toteaa, että "opettaja joutuu tekemään ja tekeekin pedagogisia ratkaisuja itsenäisesti, ja tässä opettajaa auttavat opetussuunnitelma ja oppikirja. Oppikirja on sekä opettajan että oppilaan kannalta tärkeä valinta: opettajan pedagoginen tuki ja oppilaan apu oppimisessa. Oppikirja voidaan määritellä opetus- ja oppimistarkoitukseen laadituksi teokseksi, jonka erityisalueena on jokin tietyn opinala. Puhuttaessa oppikirjasta ajattelemme yleensä koulukirjaa, joka on tarkoitettu tukemaan oppimista. Oppikirja on ensisijaisesti vaikuttamisen väline, joka ohjaa ja kontrolloi opetustapahtumaa ja oppimisprosessia. Oppikirjan tarkoituksena on aktivoida ja motivoida oppilasta, edistää opiskelua ja tavoitteiden saavuttamista."

Keskustelut oppikirjoista ovat usein olleet kielteisesti värittyneitä, niiden tarpeellisuus erityisesti alkuopetuksessa on kyseenalaistettu. Toisaalta oppikirjaa valitessaan opettaja kiinnittää huomiota ulkoasuun, mm. kuvituksen miellyttävyyteen ja siihen, kuinka helppoa materiaaleilla on opettaa. Rätty-Záborszky (2006) mukaan vaikka oppikirjojen tarkoituksena on olla vain yksi opetuksen apuväline, oppikirjat vangitsevat opettajan helposti kaavamaiseen opetukseen ja kaavamaisiin harjoituksiin. Oppikirjoihin suhtaudutaan usein kuin ne olisivat täydellisiä ja varmoja paketteja, jotka etenevät sujuvasti aukeama / oppitunti -periaatteella. Nykyään osa opettajista arvostaa sellaisia

oppimateriaaleja, jotka motivoivat oppilaita ja antavat opettajille mahdollisuuden vapaasti ja monipuolisesti käyttää opettajajohtoisia, oppilaskeskeisiä ja oppimaan oppimiseen kehittäviä opetusmenetelmiä. Hyvä oppimateriaali kannustaa opettajaa käyttämään monipuolisia opetusmenetelmiä. Tähän voisi lisätä, että hyvä opetusmateriaali ei ole mekaaninen, opettajalle välttämättä vaivaton tai helppo, vaan se haastaa sekä oppilaan että opettajan.

Kääntämisestä kokeilun kautta suomalaistamiseen

Varga–Neményi-opetusmenetelmän matematiikan materiaalien kääntäminen alkoi vuonna 2000 dosentti Marjatta Näätäsen aloitteesta. Hän organisoi alussa oppimateriaalien käännoistyötä. Materiaaleja käänsoivät Helsingin yliopiston hungarologian laitoksen opiskelijat Taneli Huuskosen ohjauksessa. Myös Nina Ortju on kääntänyt joitakin osia materiaalista.

Materiaaleja kokeiltiin lukuvuonna 2000–2001 Jyväskylässä ja Polvijärvellä ja seuraavana lukuvuonna myös pääkaupunkiseudulla. Uuteen ajatusmaailmaan rohkeasti astuen kokeilemisen aloittivat mm. Maarit Forsback, Heli Hakulinen, Anni Lampinen, Anne Koskeno, Liisa Pastinen, Anna-Maija Risku ja Pirjo Tikkanen. Ensimmäisten myönteisten kokeilukokemusten pohjalta materiaalien suomalaistamista päätettiin jatkaa.

Lukuvuonna 2007–2008 oppimateriaalien suomalaistaminen otti suuren askeleen eteenpäin: kokeiluun saatiin suomalaistetut ensimmäisen luokan materiaalit. Palautetta antavia ja materiaaleja täysipainoisesti käyttäviä kokeilijoita olivat Heli Hakulinen Sotkuman koulusta Polvijärveltä ja Soili Paavola Lintulaakson koulusta Espoosta. Kokeiltuaan oheis- ja tukiopetusmateriaaleja muutkin opettajat antoivat yleisluonteista palautetta. Kokeiluvaiheen aikana tarkkaa ja yksityiskohtaista palautetta antoivat Heli Hakulinen ja Soili Paavola. Palautteen pohjalta oppilaan materiaalien kieltä ja tehtävänantoja muutettiin selkeämmäksi. Keskustelua käytiin myös tehtävien

järjestyksestä ja siitä, miten tehtäviä jaotellaan oppikirjaan ja Opettajan tienviittojen monistepohjiin. Paljon pohdittiin, kuinka paljon oppilaan kirjassa voi olla tekstiä. Suuri osa suomalaisista oppilaista osaa jo lukea kouluun tullessaan, mutta tätä ei tietenkään edellytetä osattavaksi vielä tässä vaiheessa. Lisäksi tärkeitä kysymyksiä ovat, kuinka paljon oppilaan pitää ymmärtää lukemaansa - niin toiminnan kuin matematiikankin kieltä. Kokeiluvaiheen jälkeen päädyttiin malliin, jossa kirjoitettua kieltä on enemmän kuin suomalaisissa ensimmäisen luokan oppikirjoissa, mutta kuitenkin tekstin määrää pyrittiin rajaamaan mahdollisimman paljon ilman, että joudutaan tinkimään asiasisällöistä.

Oppimateriaalin suomalaistamistyöstä on vastannut Anni Lampinen yhteistyössä unkarilaisten matematiikan oppimateriaalin tekijöiden Eszter C. Neményin ja Márta Sz. Oraveczin kanssa. Muokkaamista on tukenut myös työryhmä, jonka jäseniä ovat Heli Hakulinen, Anne Koskeno, Leila Paasjoki ja Kirsi Partanen. Pirjo Tikkanen on tarkistanut materiaalien yhteensopivuuden Perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteiden 2004 kanssa. Kustantaja on Varga-Neményi -yhdistys ry, joka apurahojen turvin on voinut julkaista oppimateriaalia. Tärkeimmät rahoittajat ovat olleet OKKA-säätiö ja Teknologiateollisuuden 100-vuotisjuhlarahasto. Kiitos rahoittajille! Kuitenkin ilman asiaansa uskovien opettajien paloa materiaali olisi jäänyt tekemättä. Perusopetuksen ensimmäisen luokan suomalaistettu oppimateriaaliperhe valmistui lukuvuodeksi 2008–2009.

Suomalaistamisen periaatteet

Alkuperäinen unkarilainen materiaali on laadittu viidelle vuosiviikkotunnille. Suomessa matematiikkaa on vain 3–4 tuntia viikossa. Jotta opiskelussa välttyttäisiin turhalta kiireeltä, suomalaistetussa materiaalissa korostuvat oppimisen keskeiset tavoitteet. Tavoitteisiin edetään konkreettisista kokemuksista abstraktioon ja päinvastoin. Materiaali sisältää joitakin ideoita

siitä, miten matematiikkaa voidaan toteuttaa koulun arkitoiminnoissa. Ajatukset materiaalin supistamisesta Suomen matematiikan tuntimääriä vastaavaksi ovat Eszter C. Neményin ja Anni Lampisen. Tavoitteiden selkiyttämällä tuetaan opettajan oman matematiikan opetuksen näkemyksen kehittymistä ja helpotetaan materiaalin soveltamista suomalaiseen matematiikan opetukseen.

Ennen suomalaistamista tehtiin oppimateriaalityöryhmässä useita periaatepäätöksiä materiaalin rakenteesta, sisällöstä ja ulkomuodosta. Haastavinta on ollut materiaalin soveltaminen huomattavasti pienempään vuosiviikkotuntimäärään, suomalaisen oppilaan kokemusmaailmaan ja suomalaisopettajan ajatusmaailmaan. Tärkeimpiä periaatteita olivat alkuperäisen materiaalin mahdollisimman vähäiset muutokset, sisältöjen ja sisältörakenteen säilyttäminen sekä materiaalin sopivuus erityisopetukseen. Lisäksi materiaalien tuli helpottaa ja antaa tukea opettamisen arkeen.

Kuvituksessa pyrittiin selkeyteen ja väljään taittoon. Tästä syystä oppikirjat ovat kooltaan suuria. Materiaaleissa haluttiin säilyttää ajattomuuden tuntu, jolloin niiden käyttöikä pitenee. Tällöin pohdittiin, mikä lapsen maailmassa on säilynyt ja säilyy edelleenkin samana läpi vuosikymmenien. Lisäksi haluttiin tuoda esille kuvituksessa monikulttuurisia piirteitä ja pyrittiin välttämään sukupuolistereotyyppioita.

Oppimateriaali nimettiin lopulta alkuperäisellä nimellään. ”Matematiikkaa” kertoo lyhyesti mistä oppiaineesta on kyse. Laskeminen, jonkin matemaattisen symbolin tai jonkin abstraktion tien osan korostaminen olisivat herättäneet suppean mielikuvan. Työnimenä oli pitkään Matematiikan tiellä, mutta kuvittajan kommentti: ”Aiotteko olla matematiikan oppimisen esteenä?” sai oppikirjatyöryhmän luopumaan tästä muuten oivallisesta nimestä.

Oppikirjat oppaineen

Matematiikkaa 1a, 1b, niiden Opettajan tienviitat 1a ja 1b vastaavat alkuperäisiä Varga–Neményi-opetusmenetelmän ensimmäisen luokan oppimateriaaleja:

C. Neményi Eszter-Sz. Oravecz Márta: Útjelző az 1 osztályos matematika tanításához. Nemzeti Tankönyvkiadó.

C. Neményi Eszter-Sz. Oravecz Márta: Matematika tankönyv általános iskola 1. osztály I-II. Nemzeti Tankönyvkiadó.

C. Neményi Eszter-Sz. Oravecz Márta: Matematika munkafüzet általános iskola 1. Osztály. Nemzeti Tankönyvkiadó.

Suomalaiseen Opettajan tienviittaan on lisätty opetusmenetelmän periaatteita, arviointia, tavoitekuvauksia, käytännön ohjeita opetuksen suunnitteluun ja toteutukseen. Lisäykset osoittautuivat tarpeellisiksi suomalaisopettajien kokeilussa. Niiden tarkoitus on tukea opettajaa arjen työssä.

Alkuperäisessä unkarilaisessa oppilaiden materiaalissa on erikseen sekä oppi- että harjoituskirja. Suomalaisversiossa oppilailla on vain yksi kirja. Alkuperäinen oppilaiden materiaali on sijoitettu suomalaisversiossa osittain opettajan oppaaseen, sen monisteisiin, opetuskalvopohjiin sekä Matematiikkaa 1a ja 1b oppilaan kirjoihin. Alkuperäisiä tehtäviä ja niiden järjestystä on jonkin verran muokattu ja muutettu. Mukaan on lisätty joitakin uusia tehtäviä, jotta materiaali palvelisi mahdollisimman hyvin suomalaista oppilasta ja opettajaa koulussa.

Matematiikan sisällöt ja opetuksen perusrakenne on suomalaistetussa oppimateriaalissa säilytetty muuttamattomana. Ensimmäisellä luokalla suomalaisen Perusopetuksen matematiikan opetussuunnitelman perusteet 2004 ja Varga–Neményi -opetusmenetelmä muodostavat eheän jatkumon.

Materiaalin monet käyttömahdollisuudet

Oppilaan tuntemus on opetuksen lähtökohta. Oppaassa annetaan välineitä ja näkökulmia oppilastuntemuksen syventämiseksi. Opettajan on valikoitava

tehtäviä oppilaiden edellytysten mukaan. Kaikkea oppimateriaalia ei ehditä käyttää lukuvuoden aikana. Opettajan tienviitoissa on viikkosuunnitelmien alussa keskeisten sisältöjen ja tavoitteiden kuvaus. Taulukko 1 havainnollistaa materiaalin käyttömahdollisuuksia.

Taulukko 1. Matematiikkaa 1a:n ja 1b:n käyttömahdollisuuksia

Esiopetus tai "startti"		1. luokka	
syksy	kevät	syksy	kevät
Matematiikkaa 1 a + geometria		Muu oppimateriaali	
Muu oppimateriaali		Matematiikkaa 1 a ja 1 b	
Matematiikkaa 1 a ja 1 b			

Suomalaistetut materiaalit soveltuvat esi- ja starttiopetukseen sekä perusopetuksen ensimmäiselle luokalle. Opettajan tienviittojen viikkosuunnitelmaehdotukset on laadittu ensimmäistä luokkaa varten. Unkarissa oppilaat aloittavat ensimmäisen luokan, kun he ovat täyttäneet kuusi vuotta, Suomessa 7-vuotiaana. Tästä syystä esi- ja starttiopetuksessa edetään viikkosuunnitelmaehdotusta hitaammin. Kun opetusmateriaalia käytetään ennen ensimmäistä luokkaa, riittää materiaaliksi Matematiikkaa 1a, johon lisätään geometriaa. Matematiikkaa 1b:ssä on geometrian tehtäviä. Ihanteellisessa tapauksessa Matematiikkaa 1a ja 1b materiaaleja käytetään kahden vuoden aikana: ensin esiopetuksessa niin pitkälle kuin se on järkevää ja mahdollista, minkä jälkeen ensimmäisellä luokalla jatketaan tästä. Tämä edellyttää kuitenkin samana pysyvää opetusryhmää ja opettajien välistä yhteistyötä.

Opetusmenetelmän periaatteet ja materiaalien käyttäminen edellyttävät opettajalta perehtymistä ja kouluttautumista. Varga-Neményi -yhdistys ry vastaa Suomessa menetelmään perehdyttävien koulutusten sisällöstä ja laadusta. Lisätietoja koulutuksista, menetelmän teoriataustasta, kirjallisuudesta,

tutkimuksesta ja menetelmän mukaisista materiaaleista on osoitteessa www.varganemenyi.fi.

Oppimateriaaliperhe

Koska Varga–Neményi -menetelmässä tarvitaan runsaasti erilaisia materiaaleja: arjen esineitä, leluja, värisauvoja, loogisia paloja, kuvia ja itse valmistettavia matematiikan toimintamateriaaleja, tuli tarve helpottaa opettajan arkea. Tätä varten suunniteltiin paljon kuvasarjoja, jotka helpottavat abstraktion tien kuvavaiheen toteuttamista.

Suomalaiistettuun Matematiikkaa 1 oppimateriaaliperheeseen kuuluvat:

Matematiikkaa 1 a ja 1 b oppilaan kirjat liitteineen

Lukutaulut 1 - 10

Matematiikkaa 1 isot kuva-arkit

Matematiikkaa 1 a ja 1 b -piirtoheitinkalvosarja

Matematiikkaa 1 a ja b isot täpläkortit

Matematiikkaa 1 a ja b oppilaan täpläkortit

Pelejä ja leikkejä 1

Isot auto- ja lapsikortit

Pienet auto- ja symbolikortit

Pienet lapsikortit

Isot dominokortit

Pienet dominokortit

Lisämateriaalien ideoinnista ja toteutuksesta vastasi Anni Lampinen.

Oppimateriaalin rakenteesta

Ensimmäisellä luokalla oppimateriaalin alkuosan tehtävät ovat oppilaiden lähtötason ja taitojen kartoittamista varten, jolloin tehtäviä kannattaa tehdä valikoiden. Oppilaat, joilla on vaikeuksia perusvalmiuksissa, saavat erityistä

tukea esimerkiksi erityis- tai tukiopetuksessa. Luokkaopetus etenee jo uusiin sisältöihin.

Esi- ja starttiopetuksessa keskitytään oppilaiden taitojen kehittämiseen. Aikaa käytetään runsaasti oppimateriaalin alun tehtäviin. Vastaavanlaisia tehtäviä on hyvä keksiä lisääkin. Edetään siis oppilaiden matemaattisten valmiuksien kehittymisen myötä. Oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisemisessä lapsen oppimisvalmiuksien tuntemus, kiireettömyys, tehtävien monipuolisuus ja runsas toisto ovat ensiarvoisen tärkeitä.

Niiden lasten, jotka eivät luonnostaan ole vielä kiinnostuneita matematiikasta tai matemaattisesta tarkastelutavasta, kiinnostuksen herättäminen on ensiarvoisen tärkeää. Luonnostaan matematiikasta kiinnostuneet lapset ovat ehtineet hankkia paljon kokemuksia ja harjaannusta matematiikasta. Siksi heidän taitonsa ovat alkaneet kehittyä. Mikäli jäädään odottamaan, että lapsi luontaisesti osoittaa kiinnostusta ennen kuin hänelle tarjotaan matemaattista tarkastelutapaa, ovat taitoerot kasvaneet huomattaviksi. Kun kouluopetus alkaa, on vaara, että osalle oppilaista opetus on liian vauhdikasta ja opetuksen lähtöoletukset ovat liian suuret. Matematiikkaa 1a materiaali alkaa oppilaisiin ja heidän esimatemaattisiin taitoihinsa tutustumisella.

Usein luokassa on valmiuksiltaan ja taidoiltaan hyvin eritasoisia oppilaita. Yhteistyö luokanopettajan, erityisopettajan, koulunkäyntiavustajan ja iltapäiväkerhon ohjaajien kanssa on tällöin välttämätöntä, jotta lisätukea tarvitsevat lapset saisivat juuri sellaisia harjoituksia tehtäväkseen, pelejä pelattavakseen, leikkejä leikittäväkseen, joista heille juuri sillä hetkellä on todennäköisesti eniten hyötyä. Myös vanhempien antama tuki on tärkeää. Yhteistyö on hyvä aloittaa jo syksyn alussa.

Menetelmässä laajennetaan lukualuetta hitaasti. Lukualueeseen 0 - 10 käytetään aikaa runsaasti. Vasta ensimmäisen luokan kevätlukukaudella lukualue laajenee kahteenkymmeneen. Tavoitteena on vahvistaa oppilaan käsitystä luvuista monipuolisesti. Lukukäsitteessä perehdytään lukumääriin eli

kardinaalisuuteen, ordinaalisuuteen, lukujonoihin ja lukusuoraan, mittalukuun, arvoon ja lukujen erilaisiin ilmenemismuotoihin. Lukujen suhteiden tutkimiselle varataan aikaa. Yhteen- ja vähennyslaskujen soveltamisessa tutustutetaan oppilaat muutokseen, yhteismäärään ja yhteismäärän osaan sekä vertailuun teema kerrallaan.

Geometriassa tärkeintä on tarjota oppilaille monenlaisia rakentelupuuhiä, jolloin he voivat kehittää visuaalista havaintotaitoaan samalla, kun he saavat ensituntumaa geometrian käsitteisiin. Geometria opiskelussa ei ole tässä vaiheessa tärkeintä oppia tunnistamaan ja nimeämään pistettä, janaa tai murtoviivaa. Yksinkertaiset luokittelu- ja kombinatoriset tehtävät kehittävät erityisesti oppilaiden havaintokykyä ja muistia, joita tarvitaan matemaattisessa ajattelussa.

Oppilaan kirjat sisältävät vain pienen osan abstraktion tiestä. Kokemukset hankitaan yhdessä todellisessa maailmassa. Koettu siirretään paperille kirjoitetuksi kieleksi ja kuviksi. Kirjan ja monisteiden kirjalliset tehtävät eivät voi korvata kokemuksia, opettajaa ja yhdessä työskentelyä. Ensimmäisinä vuosina yhteinen työskentely, leikki ja keskustelu ovat tärkeämpiä kuin syvälinen, yksilöllinen työ. Jopa itsenäiseen tehtävien ratkaisuun suunnitellut oppilaankirjan tehtävät ovat hyödyllisempiä, jos niihin liittyy keskustelua tai puuhaamista, pareittain tai yhteisesti. Tehtävät on tarkoitettu kehittymisen ja oppimisen välineiksi. Työskentelyn laatu on tärkeämpää kuin oppikirjan pinnallinen ja mekaaninen täyttäminen.

Oppilaan kirjaan sisältyy paljon kuvia, vähän tekstiä ja lisäksi jonkin verran sellaisia tehtäviä, joita oppilaat voivat ratkaista konkreettisesti, suullisesti sekä itse kirjaan. Oppiminen aloitetaan yleensä aluksi konkreettista toiminnoista. Tätä varten opettajanoppaassa on runsaasti työskentelyehtotuksia. Tämän jälkeen seuraa hieman abstraktimpi piirretty, suullinen tai symboleilla esitetty vaihe.

Abstraktio vaatii useaan kertaan tapahtuvaa konkretisointia. Oppilaan täytyy palata konkreettisiin asioihin uudelleen ja uudelleen, kunnes käsite ja

mielikuva siitä ovat saaneet oppilaan mielessä rikkaan ja toimivan sisällön. Tämän vaatima aika vaihtelee paljon. Joskus oppiminen etenee nopeasti ja vaivatta, mutta opettajan on tärkeää huomata myös ne opetustilanteet, jolloin on edettävä hitaasti. Ammattitaidon kehittyessä ja kokemuksen lisääntyessä opettaja huomaa oppilaistaan, milloin on enää tarpeetonta toistaa. Vaaditaan rohkeutta käyttää aikaa oppimiseen, jos se näyttää vaativan kolme tai neljäkin kertaa pitemmän ajan kuin olisi toivonut tai suunnitellut.

Luottakaamme itseemme opettajina. Luottakaamme myös oppilaisiin.

LÄHTEET

Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112.

Minna Salminen ja Tilly Kajetski

MITEN VARGA-NEMENYI -MENETELMÄ SOPII ESIOPETUKSEEN?

Esiopetuksen matematiikka on tavoitteellista toimintaa ja sen tulee perustua esiopetuksen opetussuunnitelmaan. Opetussuunnitelma löytyy www.oph.fi (-> Opetussuunnitelmien ja tutkintojen perusteet -> Esiopetus).

Esiopetuksensa aloittavien lasten matemaattisten taitojen kartoitus on tärkeää, koska tämän ikäisten lasten matemaattisten tietojen ja taitojen erot saattavat olla suuret. Matematiikan opetuksen lähtötason selvittämiseen ei riitä havainnointi tai kynä-paperi tehtävät, vaan tarvitaan riittävän kattava ja objektiivinen kartoitusväline kuten Mavalka. Tiedot Mavalkasta löytyvät www.opperi.fi -sivulta. Lähtötason kartoitus toimii tavoitteellisen ja systemaattisen matematiikan opetuksen suunnittelun perustana.

Varga-Neményi -menetelmän mukaisessa matematiikan opetuksessa lapsi oppii toiminnallisuuden ja oman kokemuksensa kautta. Matematiikka lähtee lapsen arjesta, tuoden oivaltamisen iloa ja ottaen huomioon erilaiset oppijat. Tärkeää on antaa tilaa, aikaa ja arvoa lapsen matemaattisille ajatuksille ja pohdinnoille. Esiopetuksen matematiikassa edetään toiminnallisen ja konkretian kautta abstraktioon.

Varga-Neményi -menetelmän mukaisesti matematiikan opetus on monimuotoista, eri aistikanavia hyödyntävää ja eheyttävää. Tämä mahdollistaa myös erityistä tukea tarvitsevien tarpeiden huomioimisen matematiikan opetuksessa. Materiaaleja ja välineitä voi hankkia, löytää lapsen arjesta tai valmistaa. Esiopetuksessa on luontevaa harjoitella lasten kanssa eri materiaalien ja välineiden käyttöä tarkoituksenmukaisesti. Niitä käytetään monipuolisesti arjessa tilanteeseen soveltaen.

Olennainen osa matematiikka on matemaattinen kieli. Siinä käytetään käsitteitä, joita arkikielessä esiintyy suhteellisen vähän. Ajattelun kehitymisessä keskeistä on käsitteiden tunnistaminen, omaksuminen ja

hallinta. Käsitteellä tarkoitetaan yleensä esineitä, asioita, tapahtumia tai ilmiöitä, jotka voidaan luokitella yhteen tiettyjen yhteisten ominaisuuksiensa perusteella.

Esi- ja alkuopetuksen ryhmissä on usein lapsia, joille suunta- ja suhdekäsitteet eivät ole vielä selkiytyneet. Omaa vasenta ja oikeaa ei vielä eroteta eikä kirjoitussuunta ole vakiintunut. Suhdekäsitteiden omaksuminen perustuu lapsen arkipäivän kokemuksiin ja havaintoihin. Lapset tarvitsevat suhdekäsitteitä voidakseen omaksua matemaattisia käsitteitä. Tutkimusten mukaan varhaiskasvatus ja esiopetus ei sinällään sisällä sellaista toimintaa, joka tasoittaisi lasten välisiä eroja suhdekäsitteiden hallinnassa, siksi varhaiskasvatuksen ja esiopetuksen sisältöjä suunniteltaessa tulisikin kiinnittää huomiota myös suhdekäsitteiden opettamiseen.

Suhdekäsitteitä on syytä harjoittaa monipuolisesti päivittäin sopivissa tilanteissa, kuten siirtymätilanteissa, liikunnassa, taito- ja taideaineissa, musiikissa, ulkoilussa ja luontevasti muissakin oppimistilanteissa.

Kuten kaiken uuden opettelussa myös suhdekäsitteiden opettelussa keskeistä on opettajan antama kielellinen malli. Sen lisäksi aikuisen on kannustettava lasta oman kuvailevan puheen tuottamiseen. Suhdekäsitteiden hallinnalla on yhteys kielellisiin taitoihin ja sitä kautta myös koulumenestykseen. Arkikielessä suhdekäsitteiden käyttö on vähäistä ja tästä syystä niiden käyttämiseen tulee kiinnittää erityistä huomiota. Esimerkki: Ota toi tosta ja laita se tähän vrt. ota kirja ylimmältä hyllyltä ja laita se pöydän päälle.

Esimerkki suhdekäsitteiden kokemusten hankkimisesta

Aurinkoisella säällä ulkona voidaan lasten kanssa vertailla konkreettisia kohteita aluksi toimien ja sitten kielentäen eli puetaan havaintoja sanoiksi.

- suhde / vertailu
- kokeminen / kokeilu:

- oma itse verrattuna...
- omalla kehon osalla ...
- itse valitulla välineellä....
- kerätään ja tuodaan sisään... 20 min

⇒ vertaillaan

⇒ luokitellaan

⇒ sarjoitetaan

⇒ ?????

15 min

⇒ miten

⇒ ja miksi nyt eteenpäin...

* piirretään * liikutaan * maistetaan * haistetaan * kuunnellaan ja * kosketellaan

.... 10min

Pirjo Tikkanen

UNKARIN MATEMATIIKAN OPETUSSUUNNITELMA 1995

Päivitetty versio esitelmästä la 12.08.2006 ensimmäisessä Varga–Neményi-kesäseminaarissa Hämeenlinnassa.

Tarkastelun alussa on lyhyesti yleistä historiallista taustaa matematiikan opetussuunnitelman kehityksestä Euroopassa. Sen jälkeen tarkastellaan Unkarin matematiikan opetussuunnitelman kehitysvaiheita 1960-luvun alusta. Vuoden 1995 kansallisen opetussuunnitelman, Nemzeti Alaptantervoin, matematiikan yleisten tavoitteiden tarkastelun jälkeen esitellään perusopetuksen neljännen luokan ajattelun kehittämisen tiedolliset ja taidolliset tavoitteet Sinikka Ráty-Záborszky 2006 väitöskirjan pohjalta. Lopuksi esitellään vuoden 1995 opetussuunnitelman herättämää kritiikkiä.

Matematiikan opetussuunnitelman kehitysvaiheita

Euroopassa matematiikan opetus oli 1950-luvulle saakka melko yhtenäistä, mutta 1960-luvun alussa opetus jakaantui itäiseen ja läntiseen matematiikan opetukseen. Sen jälkeen kun Neuvostoliitto oli laukaissut vuonna 1957 Sputnikin avaruuteen, alettiin kiinnittää huomiota matematiikan opetuksen laatuun niin USA:ssa kuin Länsi-Euroopassakin. Avaruuskilpailun seurauksena alkoi "New Math, uusi matematiikka" -uudistusliike. Sen tavoitteena oli tehostaa matematiikan opetusta. Uusi matematiikka -liikettä seurasi "Back-to-Basics, takaisin perusteisiin" -liike.

Unkarissa matematiikan opetussuunnitelman ja opetuksen uudistus alkoi 1950-luvun lopussa matemaatikko Tamás Vargan henkilökohtaisesta kiinnostuksesta kokeilla aiemmasta poikkeavia menetelmiä opetuksessa (Varga 1988, 291; 1969b, 73). Vargan opetuskokeilut saivat virallisen aseman vuonna 1962 Unkarin Veszprémissä pidetyn kansainvälisen matematiikkakasvatuksen konferenssin innoittamana (Genzwun, Hódi, Lasztóczy, Urbán & Varga 1980, 2;

Halmos 1988, 366–367; Halmos & Varga 1978, 226–227; Varga 1969a, 81; 1969b, 74–75). Uuden matematiikan vaihetta Unkarissa on kutsuttu mm. kompleksiseksi (monipuoliseksi) matematiikaksi, koska uudistuksen tavoitteena oli monipuolistaa matematiikan opetussuunnitelman sisältöjä ja oppilaiden aiempaa myönteisemmät asenteet matematiikkaan. Uusia matematiikan sisältöalueita olivat mm. joukko-oppi, todennäköisyys ja tilastot. Myönteisiin asenteisiin pyrittiin ohjaamalla oppilaita haasteelliseen ajatteluun ongelmanratkaisutehtävillä. Matematiikan uudistus ei ollut vain sisällöllinen, myös opetusta rikastutettiin esimerkiksi käyttämällä induktiivista, keksivää oppimista, yhteistyötä pienryhmissä ja käsitteiden kokemuksellista oppimista konkreettisilla toimintavälineillä.

”Uusi matematiikka” huolestutti oppilaiden vanhempia ja opettajilla oli paljon vaikeuksia uudenlaisen matematiikan opettamisessa (Nemetz 1992, 110). Tästä syystä Unkarin radio aloitti ohjelman, jonka tarkoituksena oli auttaa opettajia ja vanhempia selviytymään ”uudesta matematiikasta”.

Unkarissa ”New Math” -liike jatkui ”Forward-to-Basics, kohti perusteita” -liikkeenä ”Back-to-Basics, takaisin perusteisiin” -uudistusliikkeen sijasta. Varga (1919-1987) korosti uuden matematiikan opetuksen kehittämistä eri tavalla kuin muissa länsimaissa tehtiin. Vargan keskeisenä ajatuksena matematiikan opetuksen kehittämisessä oli opetussuunnitelman eheä jatkumo perusopetuksen ensimmäisestä luokasta yliopistoon saakka.

Unkarissa Vargan uudistama matematiikan opetussuunnitelma tunnetaan nimellä kompleksinen (monipuolinen) matematiikka, jonka opetusmenetelmä tunnetaan Dienesin menetelmänä tai Vargan menetelmänä. Varga (1969c) itse käytti kansainvälisissä kirjoituksissaan opetusmenetelmästä nimeä the ”composite method” eli yhdistelmämetodi, koska se perustuu moniin eri teoreettisiin lähtökohtiin matematiikan oppimisesta ja opetuksesta.

Laajasti kokeiltu kompleksinen matematiikan opetussuunnitelma sai virallisen opetussuunnitelman aseman Unkarissa vuonna 1978. Kompleksisen matematiikan opetussuunnitelman keskeiset alueet olivat matematiikan

monipuoliset sisällöt, tehtävät, oppimismateriaalit ja spiraaliperiaate (Halmos 1988, 366–370; Nemetz 1992, 107; Tompa 1988, 609–616; Varga 1969a). Sekä ”New Math” että ”Forward-to-Basics -uudistusliikkeet vaikuttavat yhä Unkarissa matematiikan opetussuunnitelmaan ja koulun matematiikan opetuksen käytännön opetukseen.

Matematiikan opetussuunnitelma 1995

Räty-Záborszky (2006) mukaan Unkarin kansallisen opetussuunnitelman, Nemzeti Alaptantervin 1995, matematiikan taustalla vaikuttaa vuoden 1978 kompleksinen matematiikan opetussuunnitelma. Matematiikan opetuksen kulttuuriin kuului aiemmin viisi matematiikan sisältöaluetta (Genzwun ym. 1980, 7; Nemetz 1992, 107–109; Varga 1972, 347). Vuoden 1995 opetussuunnitelmaan kuuluvat samat sisältöalueet:

- 1) joukko-oppi, logiikka ja kombinatoriikka, joiden tarkoituksena on kehittää matematiikan muiden sisältöalueiden ajattelutaitoja ja -menetelmiä
- 2) aritmetiikka ja algebra
- 3) funktiot
- 4) geometria ja mittaaminen sekä
- 5) todennäköisyys ja tilastot.

Unkarin matematiikan opetussuunnitelmassa 1995 on noin 80 prosenttia opetuksen sisällöstä Räty-Záborszky (2006) mukaan. Opetussuunnitelmaan on siis kirjattu vain vähimmäisisällöt, jotka on opetettava kaikille oppilaille. Koulut voivat päättää lopusta eli 20 prosenttia sisällöistä määräytyi paikallisen mielenkiinnon ja painotuksen mukaan.

Matematiikalla Unkarin kansallisessa opetussuunnitelmassa, Nemzeti Alaptantervissä, on tärkeä asema, koska sillä on oppilaiden kasvatuksessa merkittävä rooli. Matematiikka nähdään myös kulttuurin osana. Matematiikka

koulun oppiaineena sisältää matematiikan historiaa, matemaatikkojen elämäkertoja ja keksintöjä. Koska oppilaat tutustuvat matematiikkaan äidinkielen kautta, matematiikan kielen ja äidinkielen yhteyttä painotetaan opetuksessa. Oppilaat hankkivat kokemuksia matematiikan kielestä, tottuvat matematiikan kieleen ja täsmällisiin määritelmiin vähitellen ja pitkäkestoisessa prosessissa spiraalimaisesti rakentaen. Matematiikan opetussuunnitelman keskeisiä tavoitteita ovat siis äidinkielen korostaminen ja matematiikan kielen käyttäminen. Tavoitteiden asettaminen perustuu aina oppilaiden kehitykseen ja ikään.

Nemzeti Alaptanterv 1995, Unkarin kansallisessa opetussuunnitelmassa, matematiikassa korostetaan joustavaa, mutta kurinlaista ajattelua. Oppilaita kasvatetaan etsimään ja löytämään idearikkaita ratkaisuja. Matematiikan opetussuunnitelmassa on tämän vuoksi esitetty keskeiset käsitteet ja usein käytetyt työtavat. Niiden avulla ajattelun ja sen kasvatuksen tavoitteet ovat saavutettavissa. Tavoitteiden saavuttamista tukevat opetussuunnitelman sisältöalueet "Ajattelun menetelmien kehittäminen" ja "Ajattelun menetelmät". Keksiminen, konstruktivistinen ajattelu ja analogioiden käyttö ovat merkittävimmät tekijät ajattelun kehittämisessä.

Unkarin kansallisen opetussuunnitelman 1995 vaatimusten mukaan matematiikan tulisi integroitua muihin aineisiin eikä vain rajoittua matematiikan oppitunneille. Oppilaiden tulee havaita matematiikkaa niin käytännön elämässä kuin luonnon- ja yhteiskuntatieteissäkin.

Oppimista motivoivat matematiikan historia, joka tarjoaa monia mielenkiintoisia tarinoita. Sanallisten tehtävien ymmärtäminen ja ratkaiseminen sekä yksinkertaiset ja lyhyet matemaattiset tekstit vaikuttavat itsenäiseen opiskeluun ja sen kehittämiseen. Käsitteiden ymmärtäminen ja matemaattiset perustiedot kehittävät muistia ja tahdon voimaa. Ne vahvistavat työskentelyssä ja opiskelussa tarvittavaa sitkeyttä. (Nemzeti Alaptanterv 1995, 14.)

Matematiikan opetuksessa on otettava huomioon seuraavat seikat (Nemzeti Alaptanterv 1995, 14): Joissakin oppiaineissa edellytetään

matematiikan perusasioiden soveltamista suhteellisen varhain (esim. maantieto, lisäys PT). Vaikka oppilaat ovat samanikäisiä, heidän abstraktinen käsityskykynsä eroavat. Matemaattisten käsitteiden ja yhteyksien sekä ajattelun kehittämisessä otetaan huomioon spiraalirakenne.

Matematiikan kehittämisvaatimukset luokilla 1-6

Unkarin kansallisessa opetussuunnitelmassa matematiikan kehittämisvaatimukset kuvataan vuosiluokilla 1-6. Ne on eritelty edelleen neljään alakohtaan Ráty-Záborszky (2006, 28) mukaan:

- 1) opittujen matemaattisten käsitteiden käyttäminen ja soveltaminen,
- 2) harjaantuneisuus matemaattisen probleemien ratkaisemisessa ja perehtyminen loogiseen ajatteluun,
- 3) opittujen menetelmien ja ajatteluprosessien soveltaminen ja
- 4) hyvät opiskelutavat. (Nemzeti Alapinterv 1995, 15-16.)

Näiden yleisten kehittämisvaatimusten neljä alakohtaa sisältävät monia täydentäviä alakohtia. Ne tarkentavat, antavat lisätietoa ja esittävät konkreettisia esimerkkejä.

Opittujen matemaattisten käsitteiden käyttämistä ja soveltamista tarkennetaan seuraavasti: Käytetään lukukäsitettä ikäkaudelle soveltuvasti käytännön aktiviteeteissa, toiminnassa. Oppilaiden käsitteen hallinta varmennetaan peruslaskutoimituksissa. Varmennetaan myös suhteiden hallinta muunnoksissa. Yksinkertaisia geometrisia muunnoksia käytetään toiminnassa. Oppilaita ohjataan käyttämään logiikan konnektiiveja (tai, ja, ei, kaikilla tai on olemassa). Heitä ohjataan käyttämään matemaattisia käsitteitä jokapäiväisessä elämässään.

Harjaantuneisuutta matemaattisten probleemien ratkaisemisessa ja perehtyneisyyttä loogiseen ajatteluun tarkennetaan seuraavasti: Oppilaita ohjataan ymmärtämään matemaattista tekstiä. He kirjoittavat tekstin pohjalta avoimia lauseita. He ratkaisevat näitä lauseita aluksi yrittämällä ja myöhemmin

algebrallisilla menetelmillä. Harjoitellaan mittaamista yksinkertaisilla tehtävillä. Harjoitellaan myös rakentamista. Harjoitellaan varmojen, mahdollisten ja mahdottomien tapausten erottamista toisistaan.

Opittujen menetelmien ja ajatteluprosessien soveltamista tarkennetaan seuraavasti: Tutustutetaan oppilaat induktiiviseen menetelmään ja sen käyttöön. Ratkaistaan jokapäiväiseen elämään ja matematiikkaan liittyviä tosia ja epätosia väittämiä. Oppilaat ryhmittelevät ja luokittelevat annetun ja valitsemansa näkökulman mukaan. He keräävät tietoja, kirjaavat niitä ja tuottavat niistä diagrammeja. Heitä ohjataan ymmärtämään niitä ja huomaamaan niissä säännönmukaisuuksia. Oppilaat harjoittelevat mallintamista esimerkiksi tekemällä kuvion sanallisesta tehtävästä tai kuvaamalla sitä diagrammilla. Oppilaat hankkivat kokemuksia perusalgoritmien käytöstä.

Hyvät opiskelutavat -alakohta sisältää seuraavia kohtia Nemzeti Alaptantervin (1995, 15-16) mukaan: Arvioidaan tarkasti ennen mittaamista ja laskemista. Tarkistetaan laskutoimitusten, mittaamisen ja tehtävien ratkaisuja. Käytetään äidinkieltä ja matematiikan kieltä annetulla tasolla. Käytetään ymmärrettyjä ja opittuja käsitteitä ja menetelmiä. Tehdään suunnitelmia tehtävien ratkaisemiseksi ja ratkaisujen kirjoittamiseksi. Käytetään oppikirjoja. Harjoitellaan kehittyvää väittelytaitoa, jossa perustellaan ja kumotaan. Hankitaan kokemuksia mielenkiintoisista matemaattisista kohteista.

Neljännän luokan tavoitteet ajattelun kehittämisessä

Unkarin kansallinen opetussuunnitelma esittää matematiikassa yleisten tavoitteiden lisäksi tarkat tavoitteet vuosiluokille 4 ja 6, mitkä ovat kunkin matematiikan sisältöalueen tiedolliset ja taidolliset vaatimukset Ráty-Záborszky (2006) mukaan. Näiden lisäksi esitetään minimivaatimukset eli mitä on oppilaan vähintään osattava ja tiedettävä. Vaatimukset neljännelle luokalle esitetään "Ajattelun menetelmien kehittäminen" -sisältöalueessa ja

kuudennelle vuosiluokalle "Ajattelun menetelmät" -sisältöalueessa. Nämä molempien vuosiluokkien sisältöalueet on jaettu edelleen tiedot ja taidot osioihin.

Taulukko 1. Tiedot ja taidot neljännen luokan ajattelun kehittämisessä

<p style="text-align: center;">Neljännen luokan ajattelun menetelmien kehittäminen</p>
<p>Tiedot:</p> <p>Rakennetaan käytännön ja matematiikan vuorovaikutusta vaihtelevan toiminnan ja aktiviteettien avulla.</p> <p>Toiminnallisia aktiviteetteja ovat vertaileminen, lajittelu, järjestely, mittaaminen, rakentaminen ja mallintaminen.</p> <p>Luokitellaan yhden tai useamman näkökulman mukaan.</p> <p>Ymmärretään "määrän" ominaisuuksien periaatteet.</p> <p>Piirretään matemaattinen ongelma.</p> <p>Etsitään avoimien lauseiden totuusarvoja.</p> <p>Määritellään ominaisuuksia.</p> <p>Kuvataan joukkoja väittämien avulla.</p> <p>Harjoitellaan yksinkertaisia kombinatorisia tehtäviä.</p> <p>Järjestellään ja valikoidaan muutamia tekijöitä (kuvioita ja diagrammeja).</p> <p>(Nemzeti Alapanterv 1995, 17-22; Ráty-Záborszky 2006)</p>
<p>Taidot:</p> <p>Oppilas kykenee tietoiseen ja sinnikkääseen havainnointiin.</p> <p>Ilmaisee ajattelua toimimalla, näyttämällä, kertoen, kirjoittaen ja symboleilla.</p> <p>Tunnistaa suhteita ja kirjoittaa niistä.</p> <p>Ymmärtää mittaamisen periaatteen.</p> <p>Keskustelee erilaisista ratkaista matemaattisten aktiviteettien avulla.</p> <p>Ymmärtää yksinkertaisen matemaattisen tekstin.</p> <p>Kirjoittaa matematiikan kielelle yksinkertaisen tekstin.</p>

Tekee suunnitelman ratkaisemista varten.

Tunnistaa suhteita.

Tallentaa tietoja.

Ryhmittelee ja järjestää annettujen tai valittujen lähtökohtien mukaisesti.

(Nemzeti Alapterv 1995, 17; Ráty-Záborszky 2006)

Opetussuunnitelman kritiikkiä

Unkarin vuoden 1995 matematiikan opetussuunnitelma on kotimaassaan herättänyt kritiikkiä oppilaiden kansainvälisen ja kansallisen matematiikkamenestyksen heikentymisen vuoksi (Szalontai 2000; Vári, Tuska & Krolopp 2002; Németh & Habók 2006). Kansainvälisellä tasolla Unkarin menestys matematiikan saavutuksissa on laskemassa (Szalontai 2000): Kassel-Exeter -projektissa (1996–99) unkarilaiset nuoret olivat parhaat kahdeksan tutkitun maan joukossa. Vuoden 1991 IAEP-tutkimuksessa Unkari oli toinen kahdesta parhaasta Euroopan maasta 20 tutkitun maan joukossa eikä ollut kaukana parhaiten sijoittuneista Etelä-Koreasta ja Taiwanista. Vuoden 1995 TIMMS-tutkimuksessa unkarilaiset 13-vuotiaat sijoituivat 14:ksi 41 maan joukossa, mutta olivat kymmenentenä eurooppalaisten joukossa. Unkarilaisten 10-, 14-, 16- ja 18-vuotiaiden oppilaiden matematiikan kansallinen osaaminen on laskenut vuodesta 1986. Kymmenvuotiaiden tulokset paranivat vuosien 1986 ja 1991 välillä, mutta laskivat vuonna 1995 ja heikentyivät edelleen vuonna 1997. Erityisesti 14- ja 18-vuotiaiden osaamisen taso on laskenut vuoden 1986 jälkeen.

Vaikka opetussuunnitelmassa painotetaan käsitteiden oppimista, oppilaiden perustaidot ja kyvyt eivät ole tarkoituksenmukaisella kehitystasolla mm. osan laskemisessa (Varga, Józsa & Pap-Szigeti 2007). Vaatimattomat perustaidot ehkäisevät tiedon soveltamista. Unkarin vuoden 1995 matematiikan opetussuunnitelma on herättänyt kritiikkiä sanallisten tehtävien vähäisen painotuksen vuoksi (Dobos ym. 2001). Sanallisten ongelmien ratkaisutaidot

kehittyvät paremmin oppilaiden yhteistoiminnallisessa työskentelyssä kuin opettajajohtoisessa työskentelyssä (Józsa & Székely 2004). Oppilaiden yhteistyötaidot kehittyvät merkittävästi yhteistoiminnallisessa oppimisympäristössä. Myös heidän asenteensa matematiikkaan paranevat. Yhteistoiminnallinen oppiminen on tehokkainta muutamien opettajien ja oppilaiden mukaan, kun sitä on hajautetusti kouluvuoden aikana eikä pitkäkestoisena periodina. Vuoden 2000 PISA-tutkimuksessa Némethin ja Habókin (2006) mukaan unkarilaiset 13-vuotiaat asennoituivat oppimiseen myönteisemmin, arvioivat oppimisensa laatua ja toimintaa suotuisammin kuin 17-vuotiaat. Näiden ikäryhmien kiinnostus matematiikkaan erosi merkittävästi.

Nemzeti Alaptanterv 1995 on herättänyt kritiikkiä myös negatiivisten yleisten kouluasenteiden vuoksi (Hercz 2003). Oppilaiden asennoituminen matematiikkaan on huolestuttavaa, koska Csapón (2000) mukaan matematiikka kuuluu vähän pidettyjen oppiaineiden joukkoon. Takácsin (2001) mukaan unkarilaisten koululaisten asenteet kouluaineisiin heikentyvät oppilaiden siirtyessä ylemmille luokille.

Vaikka vuoden 1995 matematiikan opetussuunnitelmassa on useita mainintoja ongelmaratkaisutaitojen kehittämistä, avoimia ongelmia ei siinä kuitenkaan eksplisiittisesti mainita (Ambrus 1997, 7). Ongelmaa pidetään avoimena, kun se voidaan tulkita eri tavoin ja saavuttaa erilaisia hyväksyttäviä ratkaisuja. Molnárin (2002) mukaan unkarilaiset 9–17-vuotiaat koululaiset ja Csíkósin (2003) mukaan 10–11-vuotiaat koululaiset yhdistävät heikosti matemaattisia ongelmia todelliseen elämään.

Matematiikan opetussuunnitelman 1995 tavoitteena on tutustuttaa oppilaat induktiiviseen menetelmään ja sen käyttöön. Molnárin empiirisen tutkimuksen (2006) mukaan induktiivista päättelyä voidaan kehittää erittäin tehokkaasti jo perusopetuksen ensimmäisen ja toisen luokan oppilaille ongelmia sisältävän harjoitusohjelman ja konkreettisten toimintavälineiden avulla. Harjoitusohjelmassa käytettiin tyypillisiä unkarilaisia matematiikan toimintavälineitä mm. unkarilaisia värisauvoja, loogisia paloja ja tikkuja.

Sekä Vári ym. (2002) että Hercz (2003) ovat esittäneet, että tulevassa opetuksen uudistamisessa on painotettava oppimisen taitoja, myönteisten asenteiden kehittämistä ja matematiikan soveltamistaitoja enemmän kuin formaaleja sisältöjä, jotta oppilaiden asenteet ja edellytykset elinikäiseen oppimiseen olisivat aiempaa myönteisemmät.

LÄHTEET

- Ambrus, A. 1997. Problem posing in mathematics education. Teoksessa P. Kansanen (toim.) Discussions on some educational issues VII. University of Helsinki research report 175, 5–17.
- Csapó, B. 2000. A tantárgyakkal kapcsolatos attitűdök összefüggései. (Students' attitudes towards school subjects). Magyar Pedagógia 100 (3), 343–366.
- Csikós, C. 2003. Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10–11 éves tanulók körében. (The difficulties comprehending mathematical word problems in 10–11-year-old). Magyar Pedagógia 103 (1), 35–55.
- Dobos, S., Ocskó, E. & Vásárhelyi, É. 2001. National presentation Hungary. Reference levels in school mathematics education in Europe. European Mathematical Society (EMS). Tulostettu 18.09. 2002.
<http://www.emis.de/>
- Feldman, L. (toim.) 1969. Mathematical learning. New approaches to the teaching of young children. New York: Gordon & Breach.
- Genzwun, F., Hódi, E., Lasztóczy, G., Urbán, J. & Varga, T. 1980. Secondary school mathematics in Hungary. Teoksessa R. Morris (toim.) Studies in Mathematics Education I. Pariisi: UNESCO, 1–20.
- Halmos, M. 1988. Pilot work on secondary level. Teoksessa A. Borbás (toim.) Proceedings of the 12th PME International Conference 2, 366–371.

- Halmos, M. & Varga, T. 1978. Change in mathematics education since the late 1950's - ideas and realisation Hungary. *Educational Studies in Mathematics* 9, 225-244.
- Hercz, M. 2003. A nevelési vizsgálat szerepe az iskolaértékelésben (12-13 éves gyermekek gondolkodása iskolájukról). (The role of an educational component in school evaluation: how 12- to 13-year-olds think about their schools). *Magyar Pedagógia* 103 (1), 57-80.
- Józsa, K. & Székely, G. 2004. Kísérlet a kooperatív tanulás alkalmazására a matematika tanítása során. (Creating a cooperative learning environment in mathematics learning). *Magyar Pedagógia* 104 (3), 339-362.
- Molnár, G. 2002. Komplex problémamegoldás vizsgálata 9-17 évesek körében. (The complex problem solving of 9- to 17-year-old students). *Magyar Pedagógia* 102 (2), 231-264.
- Molnár, G. 2006. Az induktív gondolkodás fejlesztése kisiskolás korban. (Fostering inductive thinking in elementary school pupils). *Magyar Pedagógia* 106 (1), 63-80.
- Németh, M. B. & Habók, A. 2006. A 13 és 17 éves tanulók viszonya a tanuláshoz. (Hungarian teenagers' attitudes to learning: a study of 13- and 17-year-old students). *Magyar Pedagógia* 106 (2), 83-105.
- Nemetz, T. 1992. Mathematics education in Hungary. Teoksessa R. Morris & M. S. Arora (toim.) *Studies in mathematics education. Moving into the twenty-first century*. Vendôme, Ranska: UNESCO.
- Nemzeti Alaptanterv (Kansallinen perusopetus) 1995. Budapest: Korona Kiadó.
- Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjaan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6. Joensuun yliopisto. *Kasvatustieteellisiä julkaisuja* 112.
- Szalontai, T. 2000. Some facts and tendencies in Hungarian mathematics teaching. *Int. J. Math. Teach. Learn.*, No. 02.02.
- Takács, V. 2001. Tantárgyi attitűdök struktúrája. (The structure of pupil's

- attitudes towards school subjects). *Magyar Pedagógia* 101 (3), 301–318.
- Tompa, K. 1988. The role of audiovisuals in mathematics teaching. *Teoksessa A. Borbás (toim.) Proceedings of the 12th PME International Conference 2*, 609–616.
- Varga, J., Józsa, K. & Pap-Szigeti, R. 2007. The criterion referenced development of the skill of proportion calculation in grade 7. *Magyar Pedagógia* 107 (1), 5–27.
- Varga, T. 1969a. Higher mathematics in lower grades. *Teoksessa L. Feldman (toim.) Mathematical learning*, 79–85.
- Varga, T. 1969b. Pilot work in Budapest. *Teoksessa L. Feldman (toim.) Mathematical learning*, 73–77.
- Varga, T. 1969c. The use of a composite method for the mathematical education of young children. *Teoksessa L. Feldman (toim.) Mathematical learning*, 55–71.
- Varga, T. 1972. Logic and probability in the lower grades. *Educational Studies in Mathematics* 4, 346–357.
- Varga, T. 1988. Mathematics education in Hungary today. *Educational Studies in Mathematics* 19 (3), 291–298.
- Vári, P., Tuska, Á. & Krolopp, J. 2002. Change of emphasis in the mathematics assessment in Hungary. *Educational Research and Evaluation* 8 (1), 109–127.

Pirjo Tikkanen

BIBLIOGRAFIA 2008 VARGA-NEMÉNYI -OPETUSMENETELMÄSTÄ

- Ala-Fossi, M. 2003. Havainnollisuus avaa matematiikan oppimisen salpoja. Ilkka 3.11., 7.
- C. Neményi, E. 2005. 4. luokan matematiikan rakenne. A 4. osztályos tananyag épülése. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 32-65.
- C. Neményi, E., Sz. Oravecz, M. & Lampinen, A. 2008. Matematiikkaa 1a. Espoo: Varga-Neményi -yhdistys ry.
- C. Neményi, E., Sz. Oravecz, M. & Lampinen, A. 2008. Matematiikkaa 1b. Espoo: Varga-Neményi -yhdistys ry.
- Hakola, M. 2002. Matematiikan taikapiiri. Julkaisussa WSOY Oppimateriaalit. Omaa luokkaansa. WSOY:n koulumaailman asiakaslehti 3, 3-6.
- Hakulinen, H. 2008. Piirtäminen ymmärtämisen ja vuorovaikutuksen edistäjänä. Julkaisussa P. Tikkanen (toim.) Toinen valtakunnallinen Varga_Neményi -kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa.
- Hannula, M. 2001. Miksi unkarilaista matematiikkaa? Kielikukko 4, 6-11.
- Herold, Z. 2002. Matematiikkaa unkarilaisittain -projekti. Taustat ja toiminta. Szeged-Helsinki. Szegedi Tudományegyetem. Bölcsészettudományi Kar. Finnugor Tanszék.
- Hyvärinen, J. 2002. Hyvän matematiikan opettajan jäljillä. Jyväskylä: TUOPE. Tutkiva opettaja 2.
- Höglund, S. 2003. Vuoden luokanopettaja korostaa: suorittamisen sijaan ajattelua. Opettaja 18, 37.
- Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222-240.

- Inkinen, V. 2004. Luokanopettajien ja luokanopettajiksi opiskelevien kokemuksia ja ajatuksia Vargan metodin käytöstä matematiikan opettamisessa. Jyväskylän yliopisto. Matematiikan ja tilastotieteen laitos. Pro gradu -tutkielma
- Järvinen, R. 2003. Loogiset palat. Opettajan käsikirja. Helsinki: Tammi.
- Kahanpää, L. 2005. Unkarilaista matematiikkaako? Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 66–73.
- Kahanpää, L. & Kangas, O. 2002. Taustakuvia – Matematiikkaa alkuopettajille. Jyväskylän opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja.
<http://solmu.math.helsinki.fi/2001/unkari/kahanpaa.pdf>
- Kauppila, T. & Tenkanen, S. 2008. Matematiikka kuuluu kaikille. Varga-Neményi –opetusmenetelmän mukaisen ensimmäisen luokan matematiikan oppimateriaalin analyysia. Tampereen yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitos. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma.
- Korpinen, E. 2005a. Ilon pedagogiikkaa etsimässä. Az öröm pedagógiájának nyomában. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 5–14.
- Korpinen, E. (toim.) 2005b. Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa. Matematika magyar módra Finnországban és Magyarországon. Jyväskylä: TUOPE. Tutkiva opettaja 2.
- Korpinen, E. 2005c. Oppilaan minäkäsityksen ja itsetunnon kehittäminen pedagogiikan haasteena: Miten ”unkarilainen matematiikka” – Varga-metodi – vastaa haasteeseen? Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 152–172.
- Korpinen, E. & Matikainen, T. 2000. Unkarista oppia matematiikan opetukseen. Keski-suomalainen 11.7.
- Kujala, P. 2003. Matematiikkaa värisauvoilla. Keski-suomalainen 25.3., 6.
- Kyyrä, A-M. & Hakulinen, H. 2001. Unkarilaismenetelmä toimii meilläkin. Elämyksiä matematiikasta. Opettaja 23, 28–29.

- Lampinen, A. 2008. Matematiikan valmiuksien kartoitus ensimmäisen luokan alussa. Julkaisussa P. Tikkanen (toim.) Toinen valtakunnallinen Varga_Neményi -kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa.
- Lampinen, A., C. Neményi, E. & Sz. Oravecz, M. 2008. Opettajan tienviitta 1a. Espoo: Varga-Neményi -yhdistys ry.
- Lampinen, A., C. Neményi, E. & Sz. Oravecz, M. 2008. Opettajan tienviitta 1b. Espoo: Varga-Neményi -yhdistys ry.
- Leppäaho, H. 2005. Opetuksen integrointi avuksi matemaattisen ongelmaratkaisutaidon kehittämiseen. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 133-151.
- Leppänen, P. 2004. Varga-Neményi-Oravecz -matematiikan opetusmenetelmä ja ensiluokkalaisen lapsen geometrinen ajattelu. Jyväskylän opettajankoulutuslaitos. Pro gradu -tutkielma.
- Liinamaa, A. 2003a. Matikkainho - onko sitä? Uusi metodi tuo matematiikan lähelle arkipäivää. Lapsen maailma 8, 12-14.
- Liinamaa, A. 2003b. Matikkapää ei synny ilman työtä. Tamás Varga-metodi tekee matematiikan näkyväksi. Aamulehti 5.2., 35 (122), B 23.
- Malinen, P. 2005. Tamás Vargan näkemyksiä matematiikan opetuksen kehittämiseksi. Varga Tamás nézetei a matematika tanításának fejlesztéséről. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 15-21.
- Malmström, E. 2008. Oivalluksen ilo kokemusten kautta - joka lapsen oikeus. Julkaisussa P. Tikkanen (toim.) Toinen valtakunnallinen Varga_Neményi -kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa.
- Matematiikkalehti Solmu. <http://solmu.math.helsinki.fi>
- Matikainen, T. & Kyyrä, A-M. & Risku, A-M. & Tikkanen, P. 2002a. Laskutaidon toimintapaketti. Opettajan opas. Helsinki: WSOY.
- Matikainen, T. & Kyyrä, A-M. & Risku, A-M. & Tikkanen, P. 2002b. Laskutaidon toimintapaketti. Helsinki: WSOY.
- Näätänen, M. 1999. Matematiikkaa unkariksi. Yliopisto 17, 18-19. Helsinki.

- Näätänen, M. 2000. Vaikutteita Unkarista matematiikan esi- ja alkuopetukseen. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Esiopetus. Nyt! Jyväskylä: TUOPE. Tutkiva opettaja 8, 114–119.
- Näätänen, M. 2001a. Vaikutteita opetukseen Unkarista. Solmu 2/2000–2001, 16–17. <http://solmu.math.helsinki.fi>
- Näätänen, M. 2001b. Unkarilaisesta matematiikan opetuksesta Suomessa ja Englannissa. Solmu 2, 14–19. <http://solmu.math.helsinki.fi>
- Näätänen, M. 2006. Introducing Hungarian mathematics teaching ideas in Finland. Teoksessa E. Pehkonen, G. Brandell & C. Winsløw (toim.) Nordic presentations. Proceedings of section Nordic presentations at ICME-10, July 12, 2004 in Copenhagen, Denmark. Helsingin yliopisto. Kasvatustieteen laitos 265, 91–96.
- Näätänen, M. 2007. Unkarista ideoita matematiikan alkuopetukseen. LukSitko 1, 53–54.
- Näätänen, M. 2008. Montessori ja Varga-Neményi -opetustyyleistä. Solmu 2. **Virhe. Hyperlinkin viittaus ei kelpaa.**
- Näätänen, M. & Matikainen, T. 2005. Unkarilaisen Varga-Neményi -menetelmän ja Suomessa tehtävän matematiikan alkuopetuksen taustaa. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 89–97.
- Ojala, P. 2002. Olisipa Tamas Varga tutustunut N. C. Kephartin ajatuksiin! Kehityopsykologinen näkökulma unkarilaisen matematiikan opettamiseen. Kielikukko 1, 17–21.
- Ojala, U. 2004. Matematiikkaa kaikissa käänteissä. Lastentarha 3, 8–11.
- Oravec, M. & Kivovics, Á. 2005. Matematiikan opetus Varga-menetelmällä Unkarissa. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 22–31.
- Puranen, T. 2000. Kettu tykkää paljosta kanasta. Unkarista mallia ja iloa Suomen matematiikan opetukseen. Keskisuomalainen 17.10., 4.
- Riistaniemi, T. 2001. Polvijärvellä opitaan ja opetetaan unkarilaista matematiikkaa. Karjalainen 15.8., 7.

- Risku, A-M. 2002. Leikisti ja oikeesti – oikeata matematiikkaa lapsesta lähtien. Teoksessa O. Saloranta (toim.) Ensimmäiset kouluvuodet. Perusopetuksen vuosiluokkien 1-2 opetus. Helsinki: Opetushallitus, 115-141.
- Risku, A. 2008. Sanallisten tehtävien opettaminen Varga-Neményi -pedagogiikan mukaan alkuopetuksessa. Julkaisussa P. Tikkanen (toim.) Toinen valtakunnallinen Varga_Neményi -kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa.
- Risku, A-M. & Tikkanen, P. 2004a. Laskutaidon toimintapaketti 2. Opettajan opas. Kehitetty unkarilaisen opetusmenetelmän pohjalta. Helsinki: WSOY.
- Risku, A-M. & Tikkanen, P. 2004b. Laskutaidon toimintapaketti 2. Kehitetty unkarilaisen opetusmenetelmän pohjalta. Helsinki: WSOY.
- Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjaan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112.
- Salminen, J. 2005. Kuinka opettaja voi tarrata lapsen ajatukseen? Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 118-132.
- Siekkinen, E. 2008. Unkarilainen opetustapa innostaa matematiikkaan. Helsingin Sanomat 11.5., A6.
- Sipola, M. 2006. Klemmariketjuja matematiikan tunnille - Unkarilainen menetelmä tuo opiskeluun kokeilun iloa. Hämeen Sanomat 9.6., 6.
- Spåre, P. 2000. Matikkaa maanläheisesti. Pirkka 10, 32-34.
- Szalontai, T. & Näätänen, M. 2002. Muutamia ajatuksia matematiikan opetuksesta. Solmu 3. <http://solmu.math.helsinki.fi>
- Tikkanen, P. 2005. Miten Tytti voikaan kokea matematiikan opetuksen! Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikka unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 98-117.
- Tikkanen, P. 2006. "Hm-mm! Mikä lasku!" Suomalaisten alakoululaisten uskomuksia matematiikasta. Teoksessa E. Luukkonen (toim.)

Cygnaeuksen jalanjäljissä. Norssi tutkii ja kehittää. Jyväskylän normaalikoulun alakoulu 140 vuotta. Jyväskylän yliopisto. Jyväskylän normaalikoulun julkaisuja 10, 114–125.

- Tikkanen, P. 2008a. "Helpompaa ja hausempaa kuin luulin" Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 337.
- Tikkanen, P. (toim.) 2008b. Toinen valtakunnallinen Varga_Neményi - kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa. Espoo: Varga-Neményi -yhdistys ry.
- Tikkanen, P. 2008c. Tamás Vargan muistolle. Julkaisussa P. Tikkanen (toim.) Toinen valtakunnallinen Varga_Neményi -kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa.
- Tikkanen, P. 2008d. Bibliografia Varga-Neményi -opetusmenetelmästä. Julkaisussa P. Tikkanen (toim.) Toinen valtakunnallinen Varga-Neményi - kesäseminaari 4.-5.6.2007 Korpikodissa.
- Tikkanen, P. 2009. "Matikka on viihdyttävää seikkailua vainuta aavistuksia" Myönteisen matematiikka-asenteen lähteillä. Teoksessa E. Korpinen, M-L. Husso, J. Juurikkala & S. Vesterinen (toim.) Näkökulmia ilon pedagogiikkaan. Tutkiva opettaja 1. Jyväskylä: TUOPE, 146–158.
- Tikkanen, P. & Lampinen, A. 2005. Unkarilainen Varga-Neményin matematiikan opetusmenetelmä Suomessa. Teoksessa E. Korpinen (toim.) Matematiikkaa unkarilaisittain Suomessa ja Unkarissa, 74–88.
- Tikkanen, P. & Näätänen, M. 2008. Matematiikkadiplomitoiminta alkamassa. Luokanopettaja 4, 9.
- Vesanen, J. 2003a. Szinesrudakkal - Leikkiä värisauvoilla. Unkarilainen matematiikan opetuksen Varga-Neményi -menetelmä peruskoulun ensimmäisellä luokalla ja Cuisenairen värillisten sauvojen käyttö tässä menetelmässä ´matematiikkaa unkarilaisittain´-kokeiluprosjektissa muka-

na olevien opettajien kokemana. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Aineenopettajan koulutuslinja. Proseminaari-tutkielma.

Vesänen, J. 2003b. Toimintamateriaali käsitteen muodostuksen tukena unkarilaisen Vargan matematiikan alkuopetuksen menetelmässä. Helsingin yliopisto. Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta. Matematiikan laitos. Matematiikan opettajan suuntautumisvaihtoehto. Pro gradu -tutkielma.

Vänskä-Kauhanen, T. 2000. Unkarin malli innostaa tulevia matemaatikkoja. Jyväskylän yliopiston tiedotuslehti Tiedonjyvä 8, 18-19.

Wass, S. 2003. Matematiikkaa unkarilaisilla värisauvoilla. Helsinki: WSOY.

”Kaikki mitä opetetaan olkoon todellisuutta!”

Varga-Neményi -kesäseminaarin ohjelma 2.-3.6.2008 Korpikodilla Lahdessa

Maanantai 2.6.2008

9.30 – 10.00	Tervetulloo! Majotuttaa ja juuaan kahhvii
10.00 – 10.15	Avataan seminaari, Kirsi Puumalainen
10.15 – 11.00	Kesäseminaarin 2007 julkaisun julkistaminen, Pirjo Tikkanen
11.00 – 12.00	”Hauskempaa kuin luulin”, Pirjo Tikkanen
12.00 – 13.00	Tulukkaapas syömmään!
13.00 – 15.00	1. luokan oppimateriaalit: Mitä opin lukuvuonna 2007-2008 – kokemuksia suomalaistetun oppimateriaalin käytöstä Heli Hakulinen ja Anni Lampinen
15.15 – 17.00	Pelien ja leikkien kehittämispaja, Leila Paasjoki ja Kirsi Partanen
17.00 - 18.00	Taas olis ruokkaa pöyvässä
18.00 -	Vappaata oleskelluu, voitta käyvä saunassa ja uimassa, jos halluutta

Tiistai 3.6.2008

8.00 - 9.00	Aamupallaa
9.00 - 11.00	Koulutuksen kehittämistyöpaja, Anne Koskeno
11.00 – 12.00	Miten Varga-Neményi-menetelmä sopii esiopetukseen? Minna Salminen ja Riitta Kajetski
12.00 - 13.00	Syyvväämpä vielä kerran reippaasti

- 13.00 - 14.00 Yhteenveto päivien annista ja tulevan suunnittelua,
Kirsi Puumalainen
- 14.00 - 14.30 Juuaan vielä kahvvi. Näkemmiin! Nähhäänhän myö
enskkiin vuonna?

**REFEREE-ARVIOINTI PIRJO TIKKASEN TOIMITTAMASTA
KÄSIKIRJOITUKSESTA "OPPIKIRJA OPETUSSUUNNITELMAN
TODELLISTAJANA" VARGA-NEMÉNYI -KESÄSEMINAARI
2.-3.6.2008 LAHDEN KORPIKODISSA**

Käsikirjoituksen sisältönä on yhteenveto Varga-Neményi -yhdistyksen kesäseminaarissa pidetyistä esitelmistä ja keskusteluista. Teksti on jatkoa yhdistyksen aikaisemmille julkaisuille ja on osa matematiikan unkarilaisen opetusmenetelmän suomalaissoveltajien koulutusta. Periaatteessa tekstin käyttäjäpiiri on suppea, mutta sillä on laajempaakin merkitystä, sillä käsikirjoituksessa on mm. yhteenvetoa kyseisen opetusmenetelmän käytöstä saaduista kokemuksista sekä bibliografia Varga-Neményi -opetusmenetelmää koskevista suomenkielisistä julkaisuista. On melkoinen kulttuuriteko, että em. yhdistys on monella tavoin tehnyt tunnetuksi unkarilaisen professori Tamás Vargan alun perin kehittämää matematiikan opetusmenetelmää täällä Suomessa ja vähitellen tuottanut siihen soveltuvaa suomalaista opetusmateriaalia. Niinpä on oletettavissa, että käsikirjoituksesta tehtävää julkaisua käytetään koulutusmateriaalina entistä laajemmalle opettajakunnalle.

Käsikirjoituksen toimittaja Pirjo Tikkanen on useiden vuosien ajan perehtynyt Varga-Neményi -opetusmenetelmään myös Unkarissa, missä sitä on käytetty vaihtelevasti parin vuosikymmenen ajan. Hänen julkaisunsa "Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin" on hyväksytty väitöskirjaksi Jyväskylän yliopistossa 2008, minkä lisäksi hän on julkaissut useita artikkeleita tästä aihepiiristä. Hänen asiantuntemuksensa on paras mahdollinen valmisteltaessa raporttia, missä arvioidaan Varga-Neményi -opetusmenetelmän mukaisen opetussuunnitelman toteuttamista Suomessa unkarilaisen oppimateriaalin avulla. Oppikirja ja muu oheismateriaali on siinä vain eräs tekijä, sillä opetussuunnitelman toteutuminen riippuu paljon oppilaiden aktivoinnista ja luokkayhteisön sosiaalisesta toiminnasta. Tämäkin raportti on paljolti opettajien toimintaa tukevan opetussuunnitelman arviointia ja kehittämistä.

Mielestäni Tikkanen ja kumppanit ovat tuottaneet sisällöltään asiallisen ja julkaisukelpoisen katsauksen vallitsevasta tilanteesta seuraavaa kehittäykautta varten. Pirjo Tikkanen on myös selvittänyt tapaa kirjoittaa opetussuunnitelmaa opettajille verratessaan Suomen ja Unkarin käytänteitä. Tämä olisi mielenkiintoinen jatkotutkimuksen aihe opetussuunnitelmateoriankin kannalta.

Käsikirjoituksen tekstin muotoilu on asiallista ja selkeää. Mielestäni käsikirjoitus on sopiva julkaistavaksi teknisen viimeistelyn jälkeen.

7.5.2009

sokkoreferee
professori



P.S. Tässä sponsorimme Hirspek Oy:n toteuttamassa perinteisessä savusaunassa toimittajankin siniset ajatukset lepäävät kesäisin kauniiksi savunharmaaksi ja hyvän tuoksuisiksi!

Katso lisää: www.hirspek.fi